PROBLEMA Nº 31

En una bodega se desean instalar tres motores trifásicos A, B y C. El motor A mueve el tornillo sinfín de la tolva, el B la cinta elevadora y el C la estrujadora.

Los motores A y B son de las mismas características:

- potencia útil: 10 CV.
- rendimiento: 85 %.
- factor de potencia: 0.8.

El motor C tiene las siguientes características:

- potencia útil: 20 CV.
- rendimiento: 90 %.
- factor de potencia: 0.9.

Para iluminar la bodega se deben instalar 120 lámparas de 100 W cada una, conectadas en estrella en tres grupos de 40 lámparas cada uno.

Sabiendo que la tensión de línea es de 220 V con orden de sucesión de fases 1, 2 y 3, calcular:

a) intensidad total que consumen los receptores de la bodega.
b) indicaciones de dos vatímetros monofásicos conectados según el método de los dos vatímetros, cuando todos los receptores de la bodega estén funcionando.
c) equipo de condensadores, conectados en triángulo, necesario para que el factor de potencia de la instalación sea igual a la unidad cuando todos los receptores de la bodega estén funcionando.

Solución

a) Las intensidades que toman de la línea el motor A, el B, el C y las lámparas se denominarán I_a, I_b, I_c e I_d, respectivamente. Al ser todos los receptores equilibrados las intensidades que circulan por las tres fases tienen el mismo valor eficaz:

$$I_1 = I_2 = I_3 = I$$

verificándose por lo tanto para cada hilo:

$$\bar{I} = \bar{I}_a + \bar{I}_b + \bar{I}_c + \bar{I}_d \qquad (1)$$

Como:

$$P = \sqrt{3} \cdot V \cdot I \cdot \cos\varphi$$

el valor eficaz de las intensidades absorbidas por los receptores es:

$$I_a = I_b = \frac{10 \cdot 736}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0.8 \cdot 0.85} = 28.40 \text{ A}$$

$$I_c = \frac{20 \cdot 736}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0.9 \cdot 0.9} = 47.69 \text{ A}$$

$$I_d = \frac{120 \cdot 100}{\sqrt{3} \cdot 220} = 31.49 \text{ A}$$

En forma compleja:

$$\bar{I}_a = \bar{I}_b = 28.40 \left| \underline{90^o - \arccos 0.8} \right. = 28.40 \left| \underline{53.13^o} \right.$$

$$\bar{I}_c = 47.69 \left| \underline{90^o - \arccos 0.9} \right. = 47.69 \left| \underline{64.15^o} \right.$$

$$\bar{I}_d = 31.49 \left| \underline{90^o} \right.$$

Por la ecuación (1) la intensidad total que absorben los receptores de la bodega es:

$$\bar{I} = 28.40 \left| \underline{53.13^o} \right. + 28.40 \left| \underline{53.13^o} \right. + 47.69 \left| \underline{64.15^o} \right. + 31.49 \left| \underline{90^o} \right.$$

$$\bar{I} = 54.85 + j119.84 = 131.8 \left| \underline{65.40^o} \right.$$

$$I = 131.8 \text{ A}$$

b) Como ya se ha visto en problemas anteriores las indicaciones de los dos vatímetros monofásicos conectados según el método de los dos vatímetros son, por tratarse de receptores equilibrados:

$$W_1 = V \cdot I \cdot \cos(30^o - \varphi)$$

$$W_2 = V \cdot I \cdot \cos(30^o + \varphi)$$

siendo $\varphi = 90^o - 65.4^o = 24.6^o$.

Por lo tanto, particularizando para los datos del problema:

$$W_1 = 220 \cdot 131.8 \cdot \cos(30^o - 24.6^o) = 28867.31 \text{ W}$$

$$W_2 = 220 \cdot 131.8 \cdot \cos(30^o + 24.6^o) = 16796.83 \text{ W}$$

$$W_1 = 28867.31 \text{ W} \qquad W_2 = 16796.83 \text{ W}$$

La suma de las indicaciones de los dos vatímetros es igual a la potencia activa total absorbida cuando todos los receptores de la bodega estén funcionando, esto es:

$$P = W_1 + W_2 = 28867.31 + 16796.83 = 45664.14\ W$$

La potencia anterior también podría haberse obtenido como la suma de las potencias absorbidas por cada uno de los receptores:

$$P = \frac{2 \cdot 10 \cdot 736}{0.85} + \frac{20 \cdot 736}{0.9} + 120 \cdot 100 = 45673.2\ W$$

c) El equipo de condensadores, conectados en triángulo, necesario para que el factor de potencia de la instalación sea igual a la unidad cuando todos los receptores de la bodega estén funcionando debe ser tal que la intensidad que absorba tenga el mismo valor eficaz que la componente reactiva de la intensidad que toma el conjunto de receptores, es decir:

$$I_K = I \cdot \operatorname{sen} \varphi = 131.8 \cdot \operatorname{sen} 24.6^o = 54.86\ A$$

Al estar los condensadores en triángulo la intensidad que circula por cada condensador es:

$$J_k = \frac{I_k}{\sqrt{3}} = \frac{54.86}{\sqrt{3}} = 31.67\ A$$

Y, por lo tanto, su capacidad sería:

$$X_k = \frac{V}{J_k} = \frac{220}{31.67} = 6.94\ \Omega$$

$$C = \frac{1}{X_k \cdot \omega} = \frac{1}{6.94 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50} = 4.58 \cdot 10^{-4}\ F$$

$$C = 4.58 \cdot 10^{-4}\ F$$

Es decir, se requieren tres condensadores de la capacidad anterior, conectados en triángulo a la entrada de la bodega, para que la instalación se comporte como una resistencia pura.

PROBLEMA Nº 32

Dos receptores trifásicos equilibrados están conectados a una línea trifásica equilibrada a tres hilos de tensión compuesta 200 V y frecuencia 50 Hz. Los receptores están compuestos por:

- tres resistencias de 46.188 Ω, conectadas en estrella.
- tres reactancias de $254.65 \cdot 10^{-3}$ H, conectadas en triángulo.

Se pide calcular:

a) intensidad que toma de la línea el sistema receptor.
b) potencia activa, reactiva y aparente que absorbe de la línea el sistema receptor.
c) capacidad que debe tener cada uno de los condensadores de un equipo conectado en triángulo, para que el sistema anterior se comporte como una resistencia no inductiva.
d) representar a escala el diagrama de intensidades y tensiones, y comprobar los resultados con los obtenidos analíticamente.

Nota: tomar para la escala de intensidades 1 A = 1 cm.

Solución

El esquema eléctrico de la instalación se muestra en la página siguiente.

a) Las intensidades que toma de la línea el sistema receptor son:

$$\bar{I}_1''' = \bar{I}_1' + \bar{I}_1'' \quad (1)$$

$$\bar{I}_2''' = \bar{I}_2' + \bar{I}_2'' \quad (2)$$

$$\bar{I}_3''' = \bar{I}_3' + \bar{I}_3'' \quad (3)$$

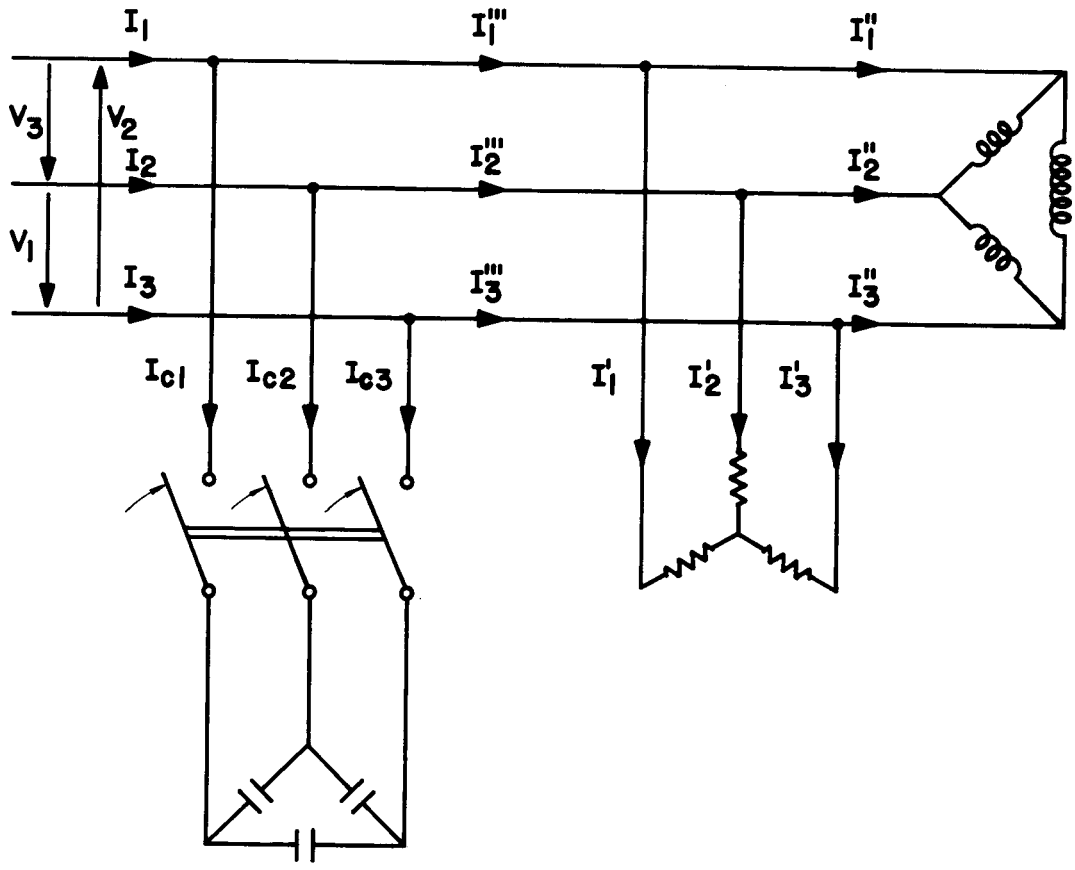
Por tratarse de receptores equilibrados se cumple que:

$$I_1' = I_2' = I_3' = I'$$

$$I_1'' = I_2'' = I_3'' = I''$$

$$I_1''' = I_2''' = I_3''' = I'''$$

y por lo tanto, calculando una cualquiera de ella, por ejemplo, la del hilo 1, por rotación de 240º se obtiene la que circula por el hilo 2, y por rotación de 120º la correspondiente al hilo 3.



El valor eficaz de la intensidad que toma de la línea el conjunto de resistencias conectadas en estrella es:

$$I' = J' = \frac{U}{R} = \frac{\frac{V}{\sqrt{3}}}{R} = \frac{\frac{200}{\sqrt{3}}}{46.188} = 2.50 \text{ A}$$

y las expresiones complejas de las intensidades por cada hilo de la línea:

$$\bar{I}_1' = 2.50 \angle 90^\circ - \varphi = 2.50 \angle 90^\circ - 0^\circ = 2.50 \angle 90^\circ$$

$$\bar{I}_2' = 2.50 \angle -30^\circ$$

$$\bar{I}_3' = 2.50 \angle -150^\circ$$

En cuanto al valor eficaz de la intensidad que toma de la línea el conjunto de reactancias conectadas en triángulo:

$$I'' = \sqrt{3} \cdot J'' = \sqrt{3} \cdot \frac{V}{X_L} = \sqrt{3} \cdot \frac{V}{\omega \cdot L} = \sqrt{3} \cdot \frac{200}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 254.65 \cdot 10^{-3}} = 4.33 \text{ A}$$

y las expresiones complejas de las intensidades de línea de las reactancias:

$$\bar{I}_1'' = 4.33 \left| \underline{90^o - \varphi} = 4.33 \right| \underline{90^o - 90^o} = 4.33 \left| \underline{0^o} \right.$$

$$\bar{I}_2'' = 4.33 \left| \underline{- 120^o} \right.$$

$$\bar{I}_3'' = 4.33 \left| \underline{120^o} \right.$$

Finalmente, por las expresiones (1), (2) y (3), las intensidades que toma de la línea el sistema receptor son:

$$\bar{I}_1''' = \bar{I}_1' + \bar{I}_1'' = 2.50 \left| \underline{90^o} + 4.33 \right| \underline{0^o} = j\,2.50 + 4.33 = 5 \left| \underline{30^o} \right.$$

$$\bar{I}_2''' = 5 \left| \underline{270^o} \right.$$

$$\bar{I}_3''' = 5 \left| \underline{150^o} \right.$$

$$\bar{I}_1''' = 5 \left| \underline{30^o} \right. \qquad \bar{I}_2''' = 5 \left| \underline{270^o} \right. \qquad \bar{I}_3''' = 5 \left| \underline{150^o} \right.$$

b) La potencia activa que absorbe el sistema receptor es la que absorbe el conjunto de resistencias, ya que éstas son las únicas que absorben potencia activa.

Se puede calcular bien empleando la expresión que determina la potencia activa que absorbe un receptor trifásico equilibrado, o bien determinando la potencia que se disipa en las tres resistencias, es decir:

$$P = \sqrt{3} \cdot V \cdot I''' \cdot \cos\varphi = \sqrt{3} \cdot 200 \cdot 5 \cdot \cos 60^o = 866.03 \text{ W}$$

$$P = 866.03 \text{ W}$$

ya que en este caso φ es el desfase de las intensidades I''' respecto a las tensiones simples correspondientes, es decir 60º.

O bien, a partir de la potencia que se disipa en las resistencias:

$$P = 3 \cdot R \cdot I^2 = 3 \cdot 46.188 \cdot 2.5^2 = 866.03 \text{ W}$$

La potencia reactiva también se puede calcular bien a partir de la expresión general de la potencia reactiva que toma el conjunto de receptores, o bien determinando la potencia que absorben las reactancias, ya que son las únicas que absorben potencia reactiva, es decir:

$$Q = \sqrt{3} \cdot V \cdot I''' \cdot \text{sen}\,\varphi = \sqrt{3} \cdot 200 \cdot 5 \cdot \text{sen}\,60^o = 1500 \text{ VAr}$$

$$Q = 1500 \text{ VAr}$$

O bien:

$$Q = 3 \cdot X \cdot J''^2 = 3 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 254.65 \cdot 10^{-3} \cdot \left(\frac{4.33}{\sqrt{3}} \right)^2 = 1499.92 \text{ VAr}$$

Como puede observarse se obtiene el mismo resultado. En cuanto a la potencia aparente del sistema:

$$S = \sqrt{3} \cdot V \cdot I'' = \sqrt{3} \cdot 200 \cdot 5 = 1732.05 \text{ VA}$$

$$S = 1732.05 \text{ VA}$$

c) Para que el sistema anterior se comporte como una resistencia no inductiva, es decir, como una resistencia pura, la intensidad que debe tomar el equipo de condensadores tiene que ser igual en valor eficaz a la componente reactiva de la intensidad que absorbe el conjunto formado por los dos receptores conectados:

$$I_C = 5 \cdot \text{sen}\, 60^o = 4.33 \text{ A}$$

es decir, la intensidad I'', ya que la intensidad absorbida por el conjunto de resistencias no tiene componente reactiva.

Si los condensadores se conectan en triángulo, la intensidad que circula por cada uno de ellos vale:

$$J_C = \frac{I_C}{\sqrt{3}} = \frac{4.33}{\sqrt{3}} = 2.5 \text{ A}$$

La reactancia capacitiva de los condensadores es:

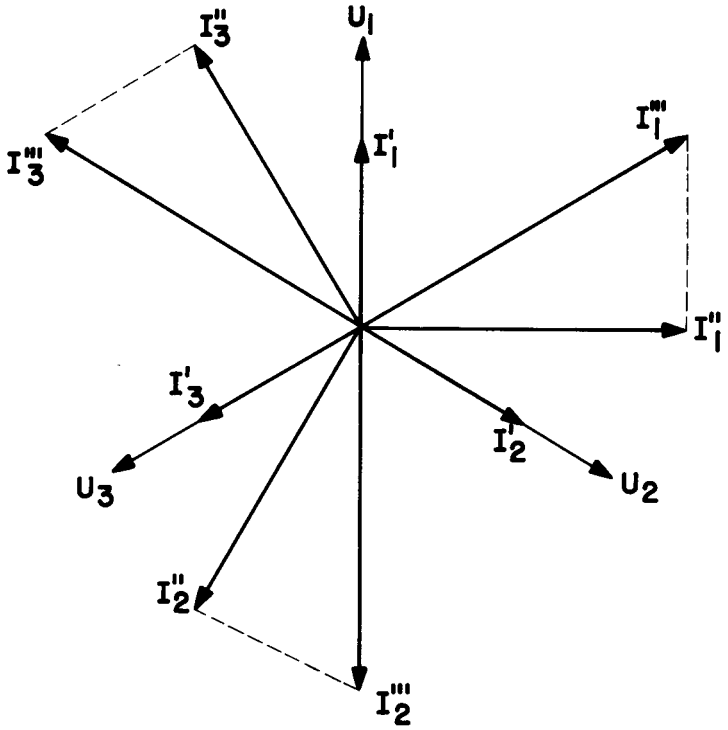
$$X_C = \frac{V}{J_C} = \frac{200}{2.5} = 80\ \Omega$$

Por lo tanto, la capacidad de cada condensador vale:

$$C = \frac{1}{\omega \cdot X_C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 80} = 39.78 \cdot 10^{-6}\ F$$

$$C = 39.78 \cdot 10^{-6}\ F$$

d) La representación vectorial de intensidades y tensiones es:



PROBLEMA Nº 33

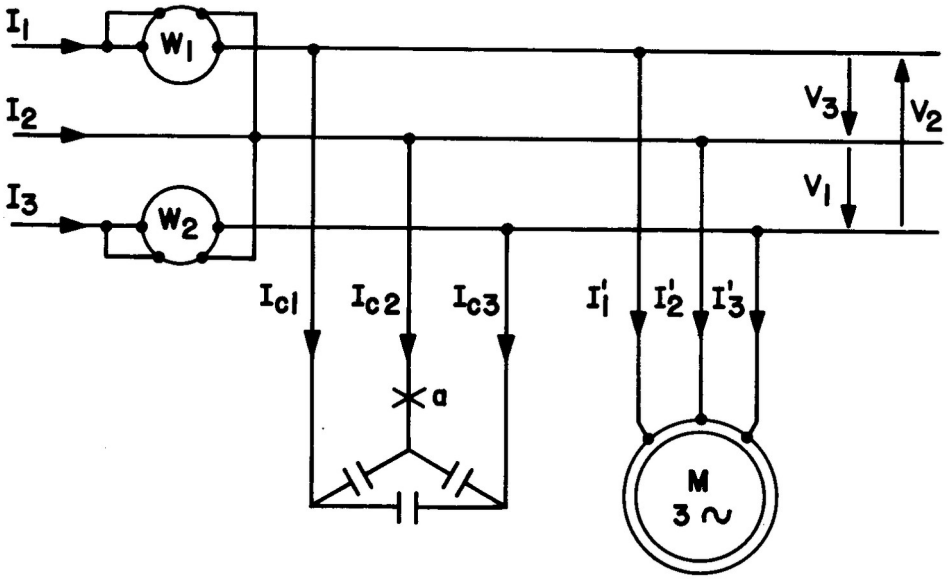
Una línea trifásica de 220 V de tensión compuesta y 50 Hz, alimenta un motor de las siguientes características:

- potencia útil: 10 CV.
- rendimiento: 90 %.
- factor de potencia: 0.866 (φ = 30º).

A la línea hay conectado un equipo de condensadores conectados en triángulo, siendo la capacidad de cada condensador C = $241.5 \cdot 10^{-6}$ F.

Calcular las lecturas de los vatímetros W_1 y W_2 cuando la línea que conecta el equipo de condensadores sufre una rotura en el punto a.

Compruébese que la suma de las lecturas de ambos vatímetros es igual a la potencia activa absorbida por la instalación.



Solución

Las lecturas de los vatímetros son:

$$W_1 = V_3 \cdot I_1 \cdot \cos(V_3, I_1) \quad (1)$$

$$W_2 = V_1 \cdot I_3 \cdot \cos(-V_1, I_3) \quad (2)$$

Para determinar estas dos potencias hay que calcular los valores eficaces de las intensidades I_1 e I_3, y fijar su posición para calcular los ángulos (V_3, I_1) y $(-V_1, I_3)$.

Las intensidades que circulan por cada uno de los hilos de la instalación son:

$$\bar{I}_1 = \overline{I_{C1}} + \bar{I}_1' \quad (3)$$

$$\bar{I}_2 = \overline{I_{C2}} + \bar{I}_2' \quad (4)$$

$$\bar{I}_3 = \overline{I_{C3}} + \bar{I}_3' \quad (5)$$

Al sufrir la línea que alimenta el equipo de condensadores una rotura en el punto a, el equipo de condensadores deja de ser un receptor trifásico y queda como uno monofásico conectado a la tensión de línea V_2, absorbiendo una intensidad I_C. Con ello además la instalación receptora deja de ser un sistema equilibrado. Así, las intensidades de línea del equipo de condensadores toman los siguientes valores:

$$\overline{I_{C1}} = \bar{I}_C$$

$$\overline{I_{C2}} = 0$$

$$\overline{I_{C3}} = -\bar{I}_C$$

El conjunto de condensadores resulta contituido por una asociación en paralelo de un condensador con otros dos en serie, siendo la capacidad equivalente del conjunto:

$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} \qquad \Rightarrow \qquad C' = \frac{C}{2}$$

$$C'' = C + C' = C + \frac{C}{2} = \frac{3 \cdot C}{2}$$

donde C’ es la capacidad equivalente de los dos condensadores conectados en serie y C’’ la capacidad equivalente del conjunto, cuyo valor es:

$$C'' = \frac{3 \cdot 241.5 \cdot 10^{-6}}{2} = 362.25 \cdot 10^{-6}\ F$$

La reactancia capacitiva correspondiente vale:

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C''} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 362.25 \cdot 10^{-6}} = 8.79\ \Omega$$

Y la intensidad que absorbe el conjunto equivalente de condensadores es:

$$I_C = \frac{V}{X_C} = \frac{220}{8.79} = 25.03 \text{ A}$$

Tomando la tensión compuesta V_1 como origen de fases, la expresión compleja de la intensidad anterior es:

$$\bar{I}_C = 25.03 \angle 330^o$$

Respecto a la intensidad que absorbe el motor, su valor eficaz es:

$$I' = \frac{10 \cdot 736}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0.866 \cdot 0.9} = 24.78 \text{ A}$$

y las expresiones complejas de la intensidad que toma por cada hilo de la línea:

$$\bar{I}_1' = 24.78 \angle 90^o - \varphi = 24.78 \angle 90^o - 30^o = 24.78 \angle 60^o$$

$$\bar{I}_2' = 24.78 \angle 300^o$$

$$\bar{I}_3' = 24.78 \angle 180^o$$

Por lo tanto, por las expresiones (3) y (5), los valores de las intensidades que circulan por los hilos 1 y 3 son:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_{C1} + \bar{I}_1' = -\bar{I}_C + \bar{I}_1' = -25.03 \angle 330^o + 24.78 \angle 60^o = -21.68 + j12.52 + 12.39 + j21.46$$

$$\bar{I}_1 = -9.29 + j33.98 = 35.23 \angle 105.29^o$$

$$\bar{I}_3 = \bar{I}_{C3} + \bar{I}_3' = \bar{I}_C + \bar{I}_3' = 25.03 \angle 330^o + 24.78 \angle 180^o = 21.68 - j12.52 - 24.78$$

$$\bar{I}_3 = -3.10 - j12.52 = 12.90 \angle 256.09^o$$

Finalmente, las lecturas de los vatímetros son:

$$W_1 = V_3 \cdot I_1 \cdot \cos(V_3, I_1) = 220 \cdot 35.23 \cdot \cos(120^o - 105.29^o) = 7496.56\ W \quad (1)$$

$$W_2 = V_1 \cdot I_3 \cdot \cos(-V_1, I_3) = 220 \cdot 12.90 \cdot \cos(180^o - 256.09^o) = 682.25\ W \quad (2)$$

$$W_1 = 7496.56\ W \qquad W_2 = 682.25\ W$$

La suma de las lecturas de los dos vatímetros tiene que coincidir con el valor de la potencia activa absorbida por la instalación, ya que los dos vatímetros están conectados según el método de los dos vatímetros:

$$W = W_1 + W_2 = 7496.56 + 682.25 = 8178.81 W$$

Como los condensadores son puros, el único elemento que absorbe potencia activa es el motor y su valor es:

$$P = \frac{10 \cdot 736}{0.9} = 8177.78\ W$$

La ligera diferencia entre ambos valores se debe a las aproximaciones realizadas en las operaciones.

Método gráfico

Este problema ha sido resuelto utilizando el método complejo. Otra forma de abordarlo es mediante el método gráfico.

El método gráfico consiste en representar a escala las intensidades y tensiones en un diagrama vectorial, y por composición de los vectores encontrar las intensidades y desfases buscados.

Para resolver este problema se representan en el diagrama vectorial de tensiones las intensidades que toman el motor y el conjunto de condensadores después de romperse el hilo en a, y se calculan I_1 e I_3 por suma gráfica de intensidades según las expresiones siguientes:

$$\bar{I}_1 = -\bar{I}_C + \bar{I}_1'$$

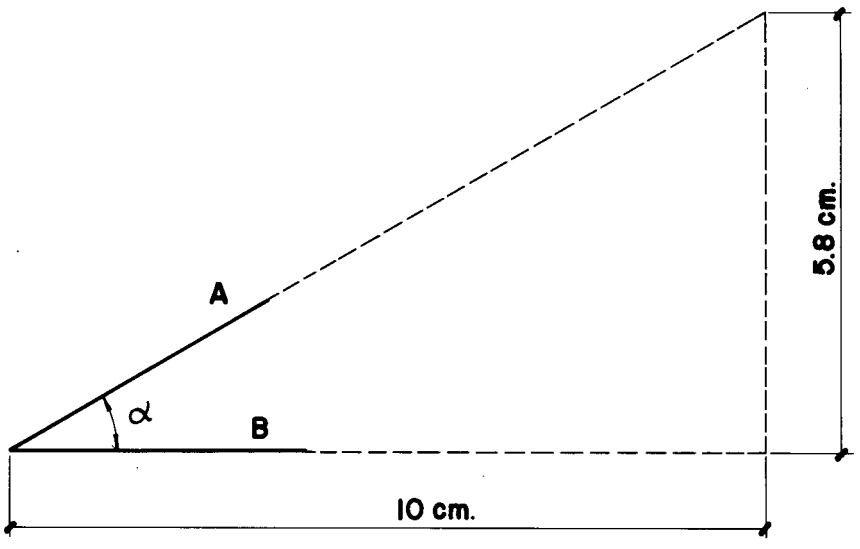
$$\bar{I}_3 = \bar{I}_C + \bar{I}_3'$$

Los módulos de las intensidades que toman el motor y el conjunto de condensadores se calculan de la misma forma que en el método complejo. La longitud de los vectores I_1 e I_3 multiplicada por la escala de intensidades determina el valor de las intensidades de línea I_1 e I_3. La representación vectorial se ha hecho tomando para las intensidades una escala de 1 cm = 5 A.

Los desfases también se pueden obtener gráficamente sobre el diagrama. La forma más precisa de hallar dichos ángulos es por medio de la determinación del valor de la tangente. Este valor se determina construyendo con las direcciones de los dos vectores cuyo ángulo se desea calcular, un triángulo rectángulo que tenga un cateto de valor 10 unidades (la que se quiera) y el otro cateto perpendicular al primero por el extremo de las 10 unidades hasta que corte a la hipotenusa. El ángulo se define por su tangente:

$$\text{tang}\alpha = \frac{\text{distancia del pie de la perpendicular al punto de corte con la hipotenusa}}{10}$$

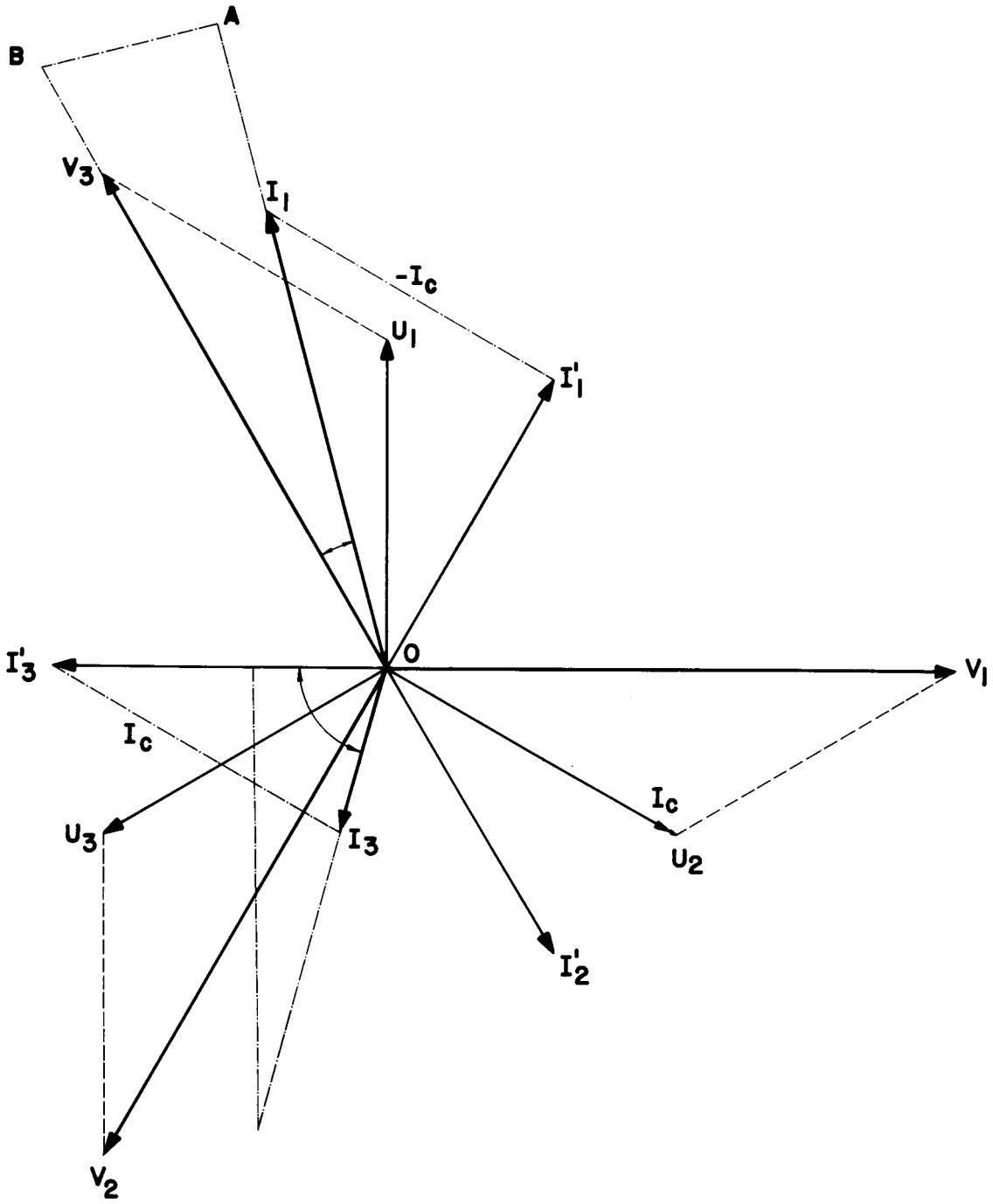
Como ejemplo se determina el ángulo que forman dos direcciones cualesquiera:



Se prolonga B hasta un valor de 10 unidades (en este caso se han tomado 10 cm) y por el extremo se lleva una perpendicular hasta que corte a la prolongación de A. Se mide la longitud de dicha perpendicular que resulta ser de 5.8 unidades, es decir, en este caso 5.8 cm. Por lo tanto, la tangente del ángulo que forman los vectores A y B es:

$$\text{tang}\alpha = \frac{5.8}{10} = 0.58 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 30^{o}$$

El diagrama vectorial correspondiente al problema se muestra a continuación.



Sobre el diagrama resulta que:

$$I_1 = 7\,\text{cm} \cdot 5\,\frac{\text{A}}{\text{cm}} = 35\,\text{A}$$

$$I_2 = 2.6\,\text{cm} \cdot 5\,\frac{\text{A}}{\text{cm}} = 13\,\text{A}$$

$$\text{tang}(V_3, I_1) = \frac{2.7}{10} = 0.27 \quad \Rightarrow \quad (V_3, I_1) = 15^o$$

$$\text{tang}(-V_1, I_3) = \frac{7.8}{2} = 3.9 \quad \Rightarrow \quad (-V_1, I_3) = 75.6^o$$

En este ejercicio, debido a la limitación de espacio, se han tomado dos unidades en vez de diez para realizar el dibujo, por lo que se ha perdido precisión en los resultados.

A partir de estos datos se continua el problema tal como se ha realizado anteriormente.

PROBLEMA Nº 34

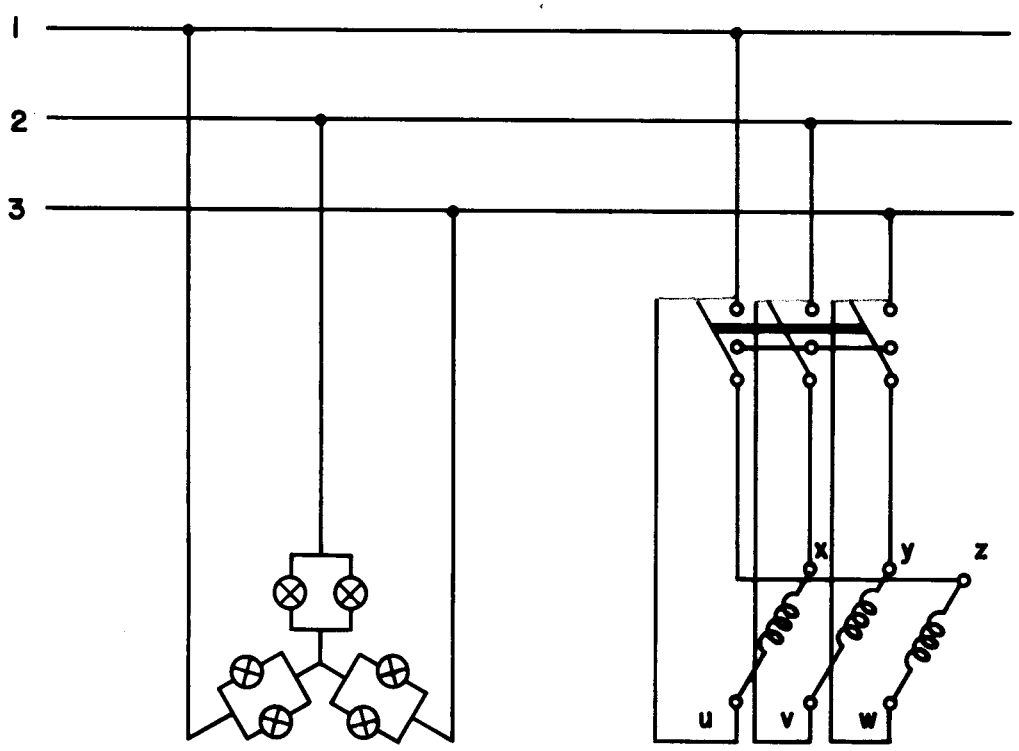
Se tiene una línea trifásica a tres hilos y 380 V de tensión compuesta. A la línea se conectan seis lámparas de 500 W cada una y tensión nominal 220 V, y un motor de 25 CV, factor de potencia 0.8 y rendimiento 0.9, con arrancador estrella-triángulo.

Se pide:

a) esquema tripolar de conexiones.
b) intensidad total absorbida con las seis lámparas y el motor en triángulo conectados.
c) si el motor hubiera de conectarse permanentemente en estrella a otra línea diferente, determinar la tensión que debe tener dicha línea.

Solución

a) El esquema tripolar de conexiones se muestra a continuación. Las lámparas se conectan en estrella puesto que su tensión nominal es de 220 V y la tensión de línea 380 V, y distribuidas en grupos de tres, tal como se indica en el esquema, de manera que el sistema de receptores resultante es equilibrado.



b) La intensidad absorbida por el conjunto de lámparas vale:

$$I_L = \frac{6 \cdot 500}{\sqrt{3} \cdot 380} = 4.56 \text{ A}$$

y la expresión compleja correspondiente, tomando la tensión como origen de fases:

$$\bar{I}_L = 4.56 \angle 0^o$$

En cuanto a la intensidad que absorbe el motor en la conexión en triángulo:

$$I_M = \frac{25 \cdot 736}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0.8 \cdot 0.9} = 38.83 \text{ A}$$

y la expresión compleja correspondiente:

$$\bar{I}_M = 38.83 \angle -36.87^o$$

Por lo tanto, la intensidad que toma el conjunto de la línea es:

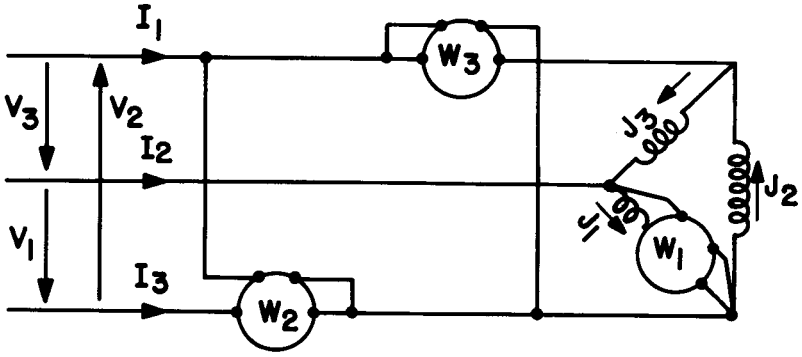
$$\bar{I} = \bar{I}_L + \bar{I}_M = 4.56 \angle 0^o + 38.83 \angle -36.87^o = 4.56 + 31.06 - j\,23.30 = 35.62 - j\,23.30 = 42.56 \angle -$$

$$\bar{I} = 42.56 \angle -33.19^o$$

c) Para que las bobinas del motor queden conectadas a 380 V, en la conexión en estrella la tensión entre fases debe ser $\sqrt{3} \cdot 380 = 663 \text{ V}$. La tensión de línea debe ser por lo tanto de 663 V.

PROBLEMA Nº 35

A una línea trifásica de 220 V de tensión compuesta se conecta un receptor trifásico parcialmente inductivo en triángulo, según se indica en el esquema. Sabiendo que la potencia que absorbe el receptor es de 25 kW y que la intensidad simple vale 47 A, calcular la lectura de los tres vatímetros monofásicos conectados según se indica.



Solución

Las lecturas de los tres vatímetros son:

$$W_1 = V_1 \cdot J_1 \cdot \cos(V_1, J_1)$$
$$W_2 = V_2 \cdot I_3 \cdot \cos(-V_2, I_3)$$
$$W_3 = V_2 \cdot I_1 \cdot \cos(-V_2, I_1)$$

Tomando V_1 como origen de fases, los valores complejos de las tensiones de línea son:

$$\overline{V}_1 = 220 \angle 0^o \qquad \overline{V}_2 = 220 \angle 240^o \qquad \overline{V}_3 = 220 \angle 120^o$$

El valor eficaz de la intensidad que toma de la línea el receptor es:

$$I = \sqrt{3} \cdot J = \sqrt{3} \cdot 47 = 81.41\,A$$

y el factor de potencia:

$$\cos\varphi = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot V.I} = \frac{25000}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 81.41} = 0.806 \quad \Rightarrow \quad \varphi = 36.3^o$$

Por lo tanto, las expresiones complejas de las intensidades compuestas son:

$$\bar{I}_1 = 81.41 \angle 53.70^\circ \qquad \bar{I}_2 = 81.41 \angle 293.70^\circ \qquad \bar{I}_3 = 81.41 \angle 173.70^\circ$$

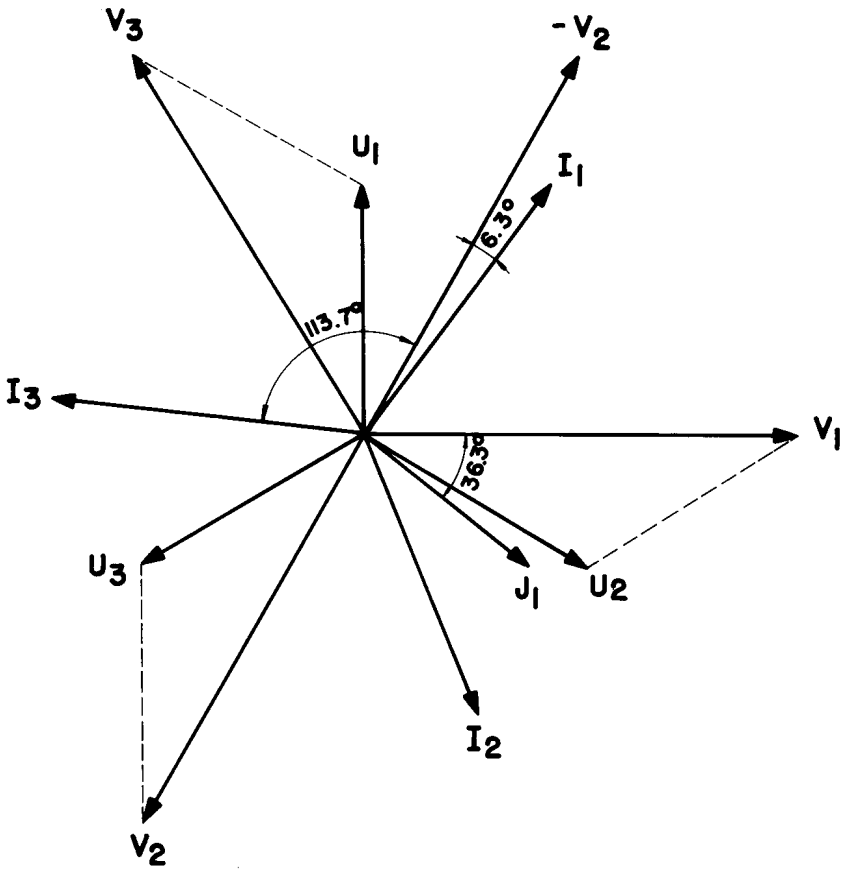
Por lo anterior, y teniendo además en cuenta el diagrama vectorial de tensiones e intensidades, las lecturas de los vatímetros serán:

$$W_1 = 220 \cdot 47 \cdot \cos\varphi = 220 \cdot 47 \cdot \cos 36.3^\circ = 8332.96\ W$$

$$W_2 = 220 \cdot 81.41 \cdot \cos(30^\circ + 120^\circ - \varphi) = 220 \cdot 81.41 \cdot \cos(113.70^\circ) = -7198.97\ W$$

$$W_3 = 220 \cdot 81.41 \cdot \cos(\varphi - 30^\circ) = 220 \cdot 81.41 \cdot \cos(6.3^\circ) = 17801.93\ W$$

$$W_1 = 8332.96\ W \qquad W_2 = -7198.97\ W \qquad W_3 = 17801.93\ W$$



PROBLEMA Nº 36

Un motor de 30 CV de potencia útil, rendimiento 0.9 y factor de potencia 0.866, se conecta a una línea trifásica de 220 V de tensión compuesta.

Para evitar deterioros del motor por sobreintensidad se le protege con un guardamotor formado por un contactor y un relé térmico. Se conocen las características de la bobina del contactor:

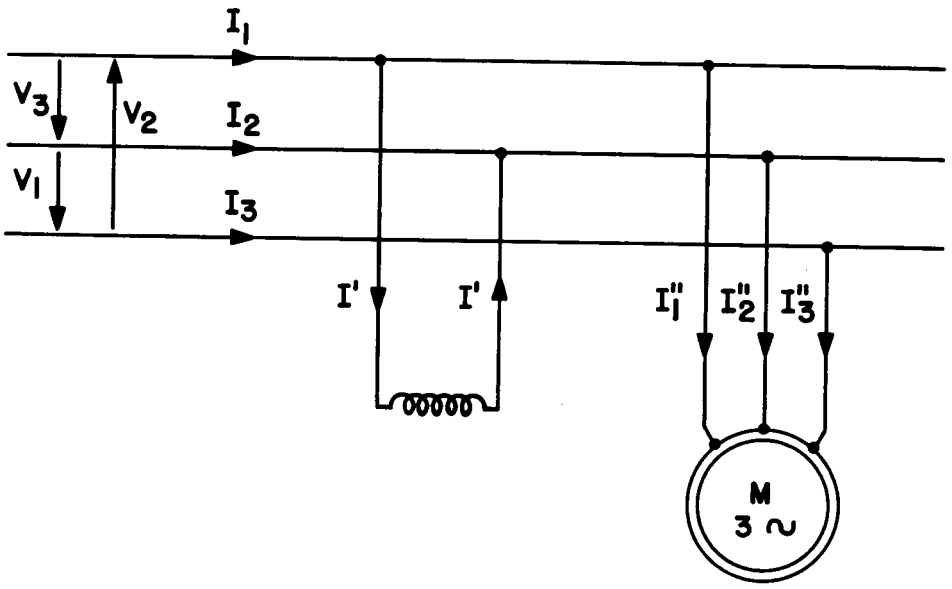
$$R = 10\ \Omega \qquad X = 10 \cdot \sqrt{3}\ \Omega$$

Calcular las lecturas que darían los amperímetros conectados a las fases R, S y T de la línea antes de la instalación citada.

Nota: Se supone que la bobina del contactor va conectada entre las fases R y S.

Solución

Se trata de una instalación desequilibrada, cuyo esquema eléctrico es el siguiente:



Las intensidades que circulan por las fases R, S y T de la línea son:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}' + \bar{I}_1'' \quad (1)$$

$$\bar{I}_2 = \bar{I}_2'' - \bar{I}' \quad (2)$$

$$\bar{I}_3 = \bar{I}_3'' \quad (3)$$

El contactor se comporta como una impedancia conectada entre las fases R y S, es decir, a la tensión V_3, absorbiendo una intensidad I', cuyo valor eficaz es:

$$I' = \frac{V}{Z}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{10^2 + (10 \cdot \sqrt{3})^2} = 20\ \Omega$$

luego:

$$I' = \frac{220}{20} = 11\ A$$

En cuanto al factor de potencia de dicha impedancia:

$$\text{tang}\varphi = \frac{X}{R} = \frac{10 \cdot \sqrt{3}}{10} = \sqrt{3} \quad \Rightarrow \quad \varphi = 60^o$$

Teniendo en cuenta que las expresiones complejas de las tensiones compuestas son:

$$\bar{V}_1 = 220 \angle 0^o \qquad \bar{V}_2 = 220 \angle 240^o \qquad \bar{V}_3 = 220 \angle 120^o$$

la expresión compleja de la intensidad absorbida por el contactor es:

$$\bar{I}' = 11 \angle 60^o$$

Respecto a la intensidad que toma el motor, su valor eficaz es:

$$I'' = \frac{30 \cdot 736}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0.866 \cdot 0.9} = 74.35\ A$$

y el factor de potencia:

$$\cos\varphi = 0.866 \quad \Rightarrow \quad \varphi = 30^o$$

Las expresiones complejas de las intensidades que toma el motor de la línea son:

$$\bar{I}_1'' = 74.35 \angle 60^o \qquad \bar{I}_2'' = 74.35 \angle 300^o \qquad \bar{I}_3'' = 74.35 \angle 180^o$$

Por lo tanto, por las expresiones (1), (2) y (3) las intensidades que circulan por las fases R, S y T valen:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}' + \bar{I}_1'' = 11 \angle 60^o + 74.35 \angle 60^o = 85.35 \angle 60^o$$

$$\bar{I}_2 = \bar{I}_2'' - \bar{I}' = 74.35 \angle 300^o - 11 \angle 60^o = 37.17 - j\,64.39 - 5.5 - j\,9.53 = 31.67 - j\,73.92 = 80.42 \angle 293.20^o$$

$$\bar{I}_3 = \bar{I}_3'' = 74.35 \angle 180^o$$

Y las lecturas de los amperímetros serán:

$$\text{Fase R} : 85.35 \text{ A}$$

$$\text{Fase S} : 80.42 \text{ A}$$

$$\text{Fase T} : 74.35 \text{ A}$$

PROBLEMA Nº 37

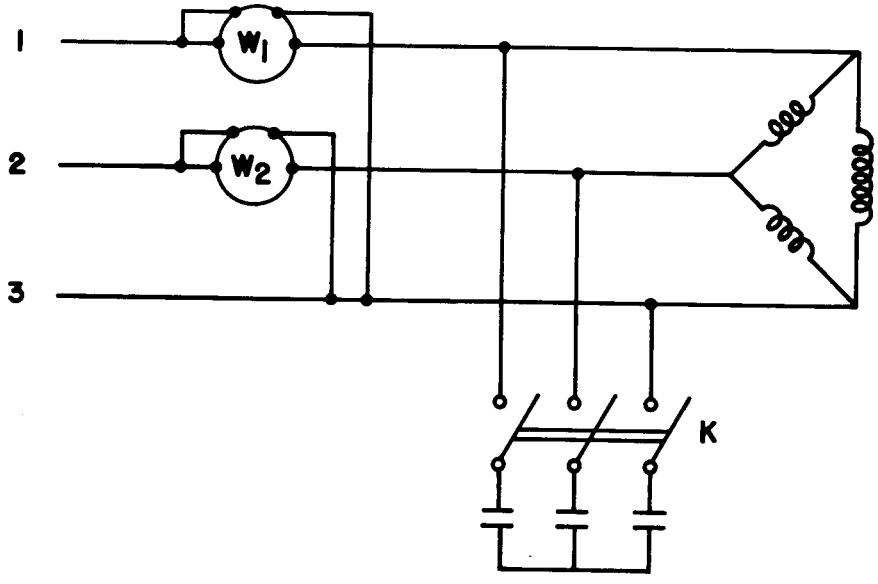
A una línea trifásica equilibrada de tensión de línea 200 V y frecuencia 50 Hz se conectan en triángulo tres bobinas, siendo la resistencia de cada una de 1.92 Ω y la impedancia 3.84 Ω.

Se conectan dos vatímetros según se indica en el esquema adjunto, y se dispone además una batería de condensadores conectados en estrella, cada uno de capacidad C. Dichos condensadores pueden ser puestos en servicio mediante el interruptor K.

Se desea calcular:

a) el valor de la capacidad C, sabiendo que la batería de condensadores debe elevar a $\frac{\sqrt{3}}{2}$ el factor de potencia de la instalación.

b) indicaciones de los dos vatímetros en los siguientes casos:
   - con el interruptor K abierto.
   - con el interruptor K cerrado.



Solución

a) Para determinar el valor de la capacidad C hay que conocer previamente el factor de potencia del receptor en triángulo y la intensidad que toma de la línea.

La reactancia de cada bobina del receptor vale:

$$X = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{3.84^2 - 1.92^2} = 3.33\ \Omega$$

y la impedancia en forma compleja es:

$$\overline{Z} = 1.92 + j\,3.33 = 3.84 \angle 60^o$$

Por lo tanto, el factor de potencia del receptor en triángulo vale:

$$\cos\varphi = \cos 60^o = 0.5$$

El valor de la intensidad que circula por cada bobina es:

$$J = \frac{V}{Z} = \frac{200}{3.84} = 52.08\ A$$

y la intensidad que circula por la línea que alimenta al conjunto de bobinas:

$$I = \sqrt{3} \cdot J = \sqrt{3} \cdot 52.08 = 90.21\ A$$

Si se desea elevar el factor de potencia de la instalación a $\frac{\sqrt{3}}{2}$, quiere decir que el cos φ' = $\frac{\sqrt{3}}{2}$, luego φ' = 30º, siendo φ' el desfase que se pretende conseguir para el conjunto de condensadores y bobinas.

Para ello, la intensidad que debe tomar de la línea el equipo de condensadores es:

$$I_C = I \cdot \cos\varphi \cdot (tang\varphi - tang\varphi') = 90.21 \cdot \cos 60^o \cdot (tang 60^o - tang 30^o) = 52.08\ A$$

Teniendo en cuenta que, en este caso, los condensadores están conectados en estrella se verifica:

$$I_C = J_C = \frac{U}{X_C} = \frac{\frac{V}{\sqrt{3}}}{\frac{1}{\omega \cdot C}} = \frac{V \cdot \omega \cdot C}{\sqrt{3}}$$

luego:

$$C = \frac{\sqrt{3} \cdot I_C}{V \cdot \omega} = \frac{\sqrt{3} \cdot 52.08}{200 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50} = 1.43 \cdot 10^{-3}\ F$$

$$C = 1.43 \cdot 10^{-3}\ F$$

b) La intensidad que suministra la línea al conjunto de condensadores y bobinas es:

$$\bar{I}_1' = \bar{I}_1 + \bar{I}_{C1} \quad (1)$$

$$\bar{I}_2' = \bar{I}_2 + \bar{I}_{C2} \quad (2)$$

$$\bar{I}_3' = \bar{I}_3 + \bar{I}_{C3} \quad (3)$$

Por ser los dos receptores equilibrados, las expresiones complejas de las intensidades que toman de la línea las bobinas son:

$$\bar{I}_1 = 90.21 \angle 30^o \qquad \bar{I}_2 = 90.21 \angle 270^o \qquad \bar{I}_3 = 90.21 \angle 150^o$$

y los condensadores:

$$\bar{I}_{C1} = 52.08 \angle 180^o \qquad \bar{I}_{C2} = 52.08 \angle 60^o \qquad \bar{I}_{C3} = 52.08 \angle 300^o$$

Por lo tanto, por las expresiones (1), (2) y (3):

$$\bar{I}_1' = 90.21 \angle 30^o + 52.08 \angle 180^o = 78.12 + j\,45.10 - 52.08 = 26.04 + j\,45.10 = 52.08 \angle 60^o$$

$$\bar{I}_2' = 52.08 \angle 300^o$$

$$\bar{I}_3' = 52.08 \angle 180^o$$

Con el interruptor K abierto el único receptor conectado son las bobinas y las lecturas de los dos vatímetros son:

$$W_1 = V_2 \cdot I_1 \cdot \cos(-V_2, I_1)$$

$$W_2 = V_1 \cdot I_2 \cdot \cos(V_1, I_2)$$

expresiones que, por tratarse de un receptor equilibrado, se pueden escribir de la forma:

$$W_1 = V \cdot I \cdot \cos(30^o - \varphi)$$

$$W_2 = V \cdot I \cdot \cos(30^o + \varphi)$$

Sustituyendo valores:

$$W_1 = 200 \cdot 90.21 \cdot \cos(30^o - 60^o) = 15624.83\ W$$

$$W_2 = 200 \cdot 90.21 \cdot \cos(30^o + 60^o) = 0\ W$$

$$W_1 = 15624.83\ W \qquad W_2 = 0\ W$$

Con el interruptor K cerrado se conectan también los condensadores, y las lecturas de los dos vatímetros son:

$$W_1 = V_2 \cdot I_1' \cdot \cos(-V_2, I_1')$$

$$W_2 = V_1 \cdot I_2' \cdot \cos(V_1, I_2')$$

Como los dos receptores son equilibrados las expresiones anteriores se pueden escribir de la forma:

$$W_1 = V \cdot I' \cdot \cos(30^o - \varphi')$$

$$W_2 = V \cdot I' \cdot \cos(30^o + \varphi')$$

y por lo tanto las lecturas son:

$$W_1 = 200 \cdot 52.08 \cdot \cos(30^o - 30^o) = 10416 \text{ W}$$

$$W_2 = 200 \cdot 52.08 \cdot \cos(30^o + 30^o) = 5208 \text{ W}$$

$$W_1 = 10416 \text{ W} \qquad W_2 = 5208 \text{ W}$$

Por estar los dos vatímetros conectados según el método de los dos vatímetros, la suma de sus lecturas es la potencia activa total absorbida por la instalación. En cada caso dicha suma vale:

$$W = W_1 + W_2 = 15624.83 + 0 = 15624.83 \text{ W}$$

$$W = W_1 + W_2 = 10416 + 5208 = 15624 \text{ W}$$

Puede observarse que el valor es el mismo en ambos casos, ya que al ser los condensadores elementos que no absorben potencia activa, la potencia activa que toma el conjunto tiene que ser la misma antes y después de cerrar el interruptor K.

PROBLEMA Nº 38

A una línea trifásica de tensión compuesta 220 V y frecuencia 50 Hz se encuentran conectados los siguientes receptores:

A) motor trifásico de las siguientes características:

potencia útil: 8 CV

rendimiento: 85 %

factor de potencia: 0.8

B) motor trifásico de las siguientes características:

potencia útil: 4 CV

rendimiento: 80 %

factor de potencia: 0.75

C) grupo de 120 lámparas conectadas en estrella, cada una de:

potencia: 60 W

tensión: 127 V

Sabiendo que la línea que alimenta los receptores es de cobre de resistividad $1.8 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot m$ y longitud 170 m, se pide:

a) potencia total absorbida por la instalación.
b) intensidad total en el hilo de la línea que alimenta el conjunto de receptores.
c) sección del hilo, supuesto que admite una caída de tensión del 5 %.

Solución

a) La potencia total que absorbe la instalación es la suma de las potencias absorbidas por cada uno de los receptores, es decir:

$$P = P_A + P_B + P_C$$

$$P_A = \frac{8 \cdot 736}{0.85} = 6927.06\ W$$

$$P_B = \frac{4 \cdot 736}{0.8} = 3680\ W$$

$$P_C = 120 \cdot 60 = 7200\ W$$

Por lo tanto:

$$P = 6927.06 + 3680 + 7200 = 17807.06\ W$$

$$P = 17807.06\ W$$

b) Llamando I', I'' e I''' a los valores eficaces de las intensidades que toman de la línea los receptores A, B y C, respectivamente, y teniendo en cuenta que los tres son equilibrados, las intensidades compuestas o de línea que absorbe el conjunto son:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_1' + \bar{I}_1'' + \bar{I}_1''' \qquad (1)$$

$$\bar{I}_2 = \bar{I}_2' + \bar{I}_2'' + \bar{I}_2'''$$

$$\bar{I}_3 = \bar{I}_3' + \bar{I}_3'' + \bar{I}_3'''$$

Los valores de I', I'' e I''' son:

$$I_1' = I_2' = I_3' = I' = \frac{8 \cdot 736}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0.8 \cdot 0.85} = 22.72\ A$$

$$I_1'' = I_2'' = I_3'' = I'' = \frac{4 \cdot 736}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0.75 \cdot 0.8} = 12.88\ A$$

$$I_1''' = I_2''' = I_3''' = I''' = \frac{120 \cdot 60}{\sqrt{3} \cdot 220} = 18.90\ A$$

Tomando V_1 como origen de fases, las expresiones complejas de las tensiones simples son:

$$\bar{U}_1 = 127 \angle 90^o \qquad \bar{U}_2 = 127 \angle 330^o \qquad \bar{U}_3 = 127 \angle 210^o$$

Los desfases de los receptores con respecto a estas tensiones simples valen:

Receptor A: φ' = arc cos 0.8 = 36.87º

Receptor B: φ'' = arc cos 0.75 = 41.41º

Receptor C: φ''' = arc cos 1 = 0º

Por lo tanto:

$$\bar{I}_1' = 22.72 \angle 90^o - \varphi' = 22.72 \angle 90^o - 36.87^o = 22.72 \angle 53.13^o$$

$$\bar{I}_1'' = 12.88 \angle 90^o - \varphi'' = 12.88 \angle 90^o - 41.41^o = 12.88 \angle 48.59^o$$

$$\bar{I}_1''' = 18.90 \angle 90^o - \varphi''' = 18.90 \angle 90^o - 0^o = 18.90 \angle 90^o$$

Por la ecuación (1) resulta:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_1' + \bar{I}_1'' + \bar{I}_1''' = 22.72 \angle 53.13^o + 12.88 \angle 48.59^o + 18.90 \angle 90^o$$

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_1' + \bar{I}_1'' + \bar{I}_1''' = 13.63 + j18.18 + 8.52 + j9.66 + j18.90 = 22.15 + j46.74 = 51.72 \angle 64.64^\circ$$

$$\bar{I}_1 = 51.72 \angle 64.64^\circ$$

Y, por tratarse de receptores equilibrados:

$$\bar{I}_2 = 51.72 \angle 304.64^\circ$$

$$\bar{I}_3 = 51.72 \angle 184.64^\circ$$

c) La caída de tensión en el caso de una línea trifásica, considerando que ésta sólo tiene resistencia, vale:

$$\Delta V = \sqrt{3} \cdot R \cdot I = \sqrt{3} \cdot \rho \cdot \frac{L}{s} \cdot I$$

Despejando s en la expresión anterior, resulta:

$$s = \frac{\sqrt{3} \cdot \rho \cdot L \cdot I}{\Delta V}$$

La caída de tensión admitida es del 5 %:

$$\Delta V = \frac{5 \cdot 220}{100} = 11\,V$$

En consecuencia, la sección del hilo vale:

$$s = \frac{\sqrt{3} \cdot 0.018 \cdot 170 \cdot 51.72}{11} = 24.92\,mm^2$$

$$s = 24.92\,mm^2$$

PROBLEMA Nº 39

A una red trifásica de 220 V de tensión compuesta, se conectan en paralelo dos receptores:

1) motor trifásico de las siguientes características:

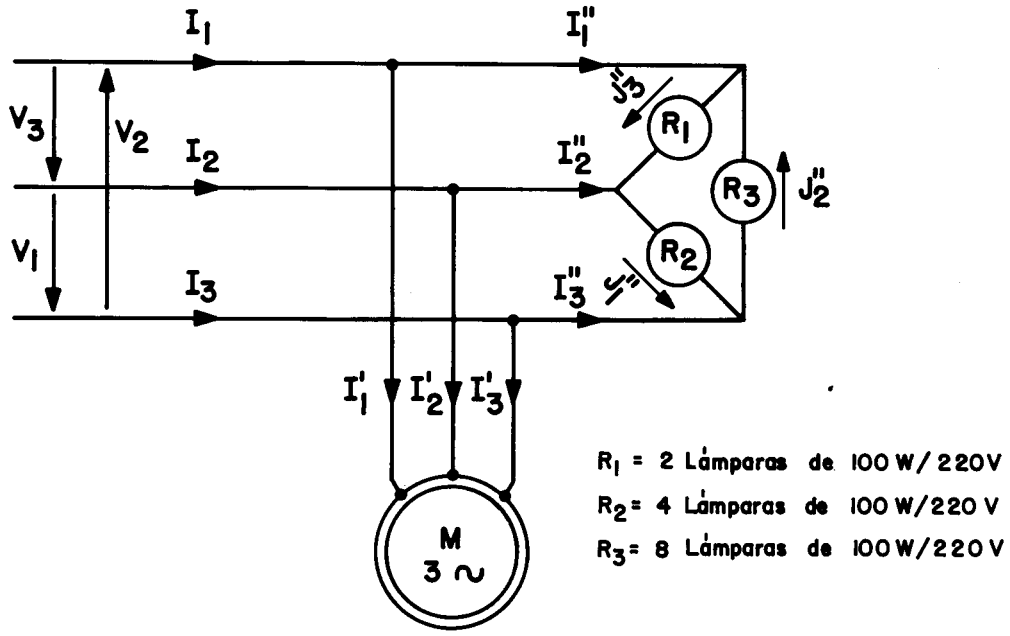
Potencia útil: 2 CV

Rendimiento: 0.8

Factor de potencia: 0.8

2) tres receptores R_1, R_2 y R_3, dispuestos según se indica en el esquema.

Se pide calcular la intensidad que toma de la línea el circuito de la figura.



Solución

Las ecuaciones que determinan las intensidades compuestas o de línea son:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_1' + \bar{I}_1'' \qquad (1)$$

$$\bar{I}_2 = \bar{I}_2' + \bar{I}_2'' \quad (2)$$

$$\bar{I}_3 = \bar{I}_3' + \bar{I}_3'' \quad (3)$$

El valor eficaz de la intensidad que toma el motor, teniendo en cuenta que se trata de un receptor equilibrado, es:

$$I_1' = I_2' = I_3' = I' = \frac{2 \cdot 736}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0.8 \cdot 0.8} = 6.04 \text{ A}$$

Tomando V_1 como origen de fases, las expresiones complejas de las intensidades que alimentan al motor son:

$$\bar{I}_1' = 6.04 \angle 53.13^\circ \qquad \bar{I}_2' = 6.04 \angle 293.13^\circ \qquad \bar{I}_3' = 6.04 \angle 173.13^\circ$$

Los receptores R_1, R_2 y R_3 están conectados en triángulo y, por ser distintos, constituyen un receptor no equilibrado, siendo J_3'', J_1'' y J_2'', respectivamente, las intensidades que circulan por cada uno de ellos, cuyos valores eficaces son:

$$J_3'' = \frac{2 \cdot 100}{220} = 0.91 \text{ A}$$

$$J_1'' = \frac{4 \cdot 100}{220} = 1.82 \text{ A}$$

$$J_2'' = \frac{8 \cdot 100}{220} = 3.64 \text{ A}$$

Las expresiones complejas de las intensidades anteriores son:

$$\bar{J}_3'' = 0.91 \angle 120^\circ \qquad \bar{J}_1'' = 1.82 \angle 0^\circ \qquad \bar{J}_2'' = 3.64 \angle 240^\circ$$

Por lo tanto, las intensidades que toma de la línea el receptor conectado en triángulo valen:

$$\bar{I}_1'' = \bar{J}_3'' - \bar{J}_2'' = 0.91 \angle 120^\circ - 3.64 \angle 240^\circ = -0.45 + j0.79 + 1.82 + j3.15 = 1.37 + j3.94 = 4.17 \angle 70.$$

$$\bar{I}_2'' = \bar{J}_1'' - \bar{J}_3'' = 1.82 \angle 0^\circ - 0.91 \angle 120^\circ = 1.82 + 0.45 - j0.79 = 2.27 - j0.79 = 2.4 \angle 340.81^\circ$$

$$\bar{I}_3'' = \bar{J}_2'' - \bar{J}_1'' = 3.64 \angle 240^\circ - 1.82 \angle 0^\circ = -1.82 - j3.15 - 1.82 = -3.64 - j3.15 = 4.81 \angle 220.87^\circ$$

Finalmente, por las expresiones (1), (2) y (3), las intensidades que toma de la línea el circuito valen:

$$\bar{I}_1 = 6.04\left|\underline{53.13^o} + 4.17\right|\underline{70.82^o} = 3.62 + j\,4.83 + 1.37 + j\,3.94 = 4.99 + j\,8.77 = 10.09\left|\underline{60.36^o}\right.$$

$$\bar{I}_2 = 6.04\left|\underline{293.13^o} + 2.4\right|\underline{340.81^o} = 2.37 - j\,5.55 + 2.27 - j\,0.79 = 4.64 - j\,6.34 = 7.86\left|\underline{306.2}\right.$$

$$\bar{I}_3 = 6.04\left|\underline{173.13^o} + 4.81\right|\underline{220.87^o} = -6 + j\,0.72 - 3.64 - j\,3.15 = -9.64 - j\,2.43 = 9.94\left|\underline{194.15}\right.$$

$$\bar{I}_1 = 10.09\left|\underline{60.36^o}\right. \qquad \bar{I}_2 = 7.86\left|\underline{306.20^o}\right. \qquad \bar{I}_3 = 9.94\left|\underline{194.15^o}\right.$$

Método gráfico

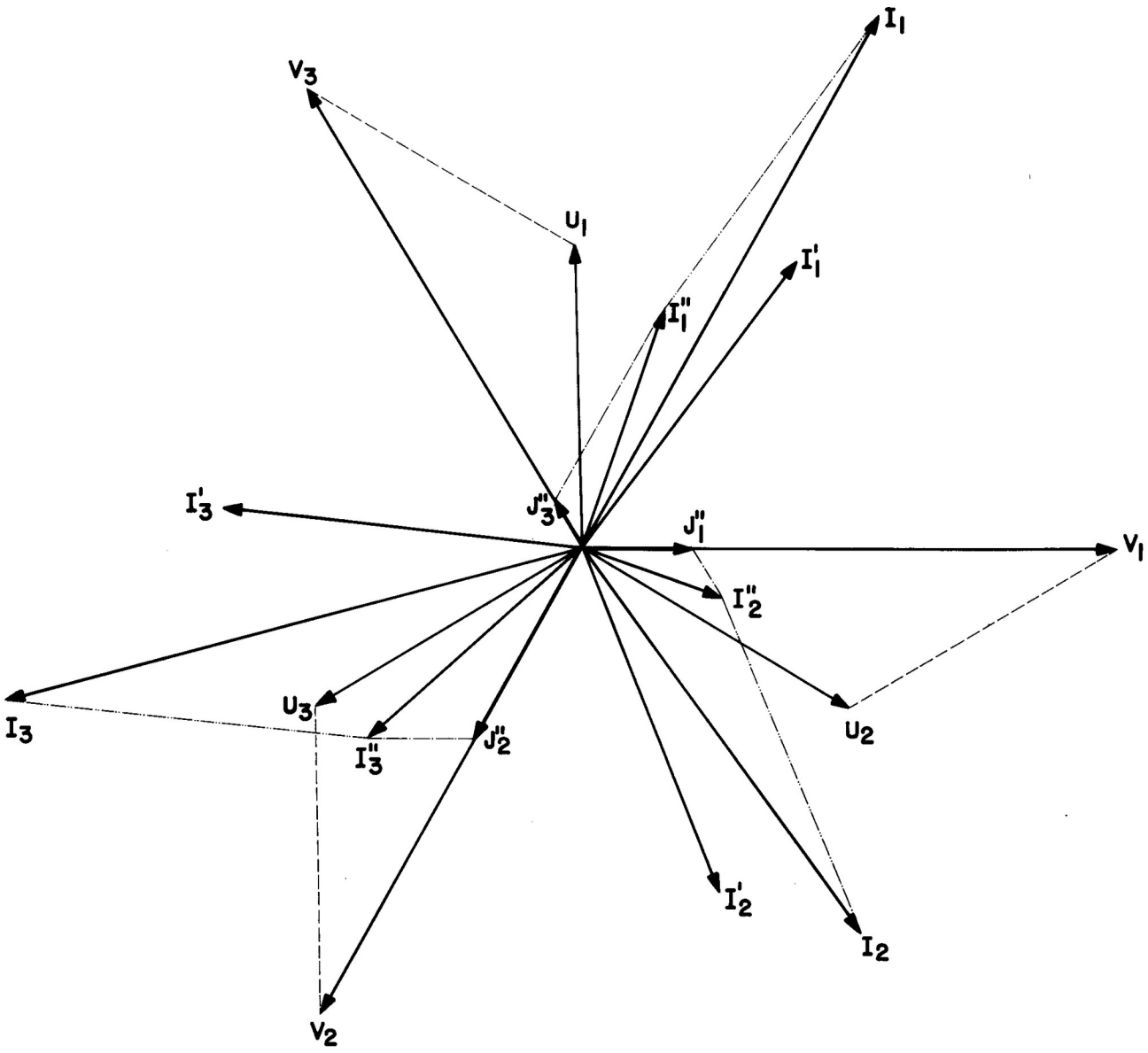
Para realizar este ejercicio por el método gráfico en primer lugar se calcula el valor eficaz de la intensidad que toma el motor de la línea. Una vez hecho esto, se representan sobre el diagrama vectorial de tensiones las intensidades que toma el motor de cada hilo de la línea, retrasadas un ángulo correspondiente al arc cos 0.8, respecto de las tensiones simples.

A continuación se calculan los valores eficaces de las intensidades que toman los receptores conectados en triángulo, y se representan en fase con las tensiones compuestas a que se encuentran conectados, ya que, por tratarse de lámparas, el desfase entre tensiones e intensidades es cero.

Por composición de las intensidades que toman los receptores conectados en triángulo, se dibujan los vectores correspondientes a las intensidades que suministra la línea al receptor conectado en triángulo.

Finalmente, sumando las intensidades absorbidas por cada hilo de la línea por el motor y el receptor en triángulo, se obtienen las intensidades que suministra la línea al conjunto de receptores.

Para la construcción del diagrama se ha tomado como escala de intensidades 1 A = 1 cm.



Sobre el diagrama se obtienen las siguientes lecturas:

I_1 = 10.1 cm I_2 = 7.8 cm I_3 = 9.9 cm

De acuerdo a la escala tomada, las intensidades que suministra la línea al conjunto son:

I_1 = 10.1 A I_2 = 7.8 A I_3 = 9.9 A

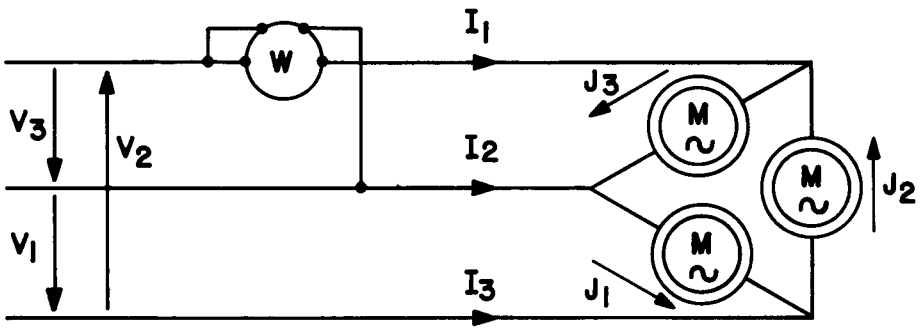
valores que, como puede observarse, difieren muy poco de los calculados anteriormente por el método complejo.

PROBLEMA Nº 40

Se instalan tres motores monofásicos iguales tal como se indica en el esquema, donde W es un vatímetro monofásico que marca 10000 W.

La tensión compuesta de la línea es de 220 V, y el conjunto de los tres motores desarrolla 40 CV en total y rendimiento 0.8.

Calcular el valor de la intensidad que circula por cada hilo de la línea trifásica, cuando uno de los tres motores se desconecta.



Solución

La lectura del vatímetro es:

$$W = V_3 \cdot I_1 \cdot \cos(V_3, I_1)$$

que por tratarse de un receptor trifásico equilibrado se puede expresar como:

$$W = V \cdot I \cdot \cos(30^\circ + \varphi) = \sqrt{3} \cdot V \cdot J \cdot \cos(30^\circ + \varphi) \qquad (1)$$

En la expresión anterior se desconoce el valor de J y de φ.

La intensidad que circula por cada motor monofásico vale:

$$J = \frac{P}{220 \cdot \cos\varphi}$$

siendo cos el factor de potencia de cada motor, igual para todos ellos, y P la potencia absorbida por cada motor, cuyo valor es:

$$P = \frac{40 \cdot 736}{3 \cdot 0.8} = 12266.6 \text{ W}$$

Por lo tanto:

$$J = \frac{12266.6}{220 \cdot \cos\varphi} \qquad (2)$$

Sustituyendo (2) en (1), y teniendo en cuenta que la lectura del vatímetro es de 10000 W, resulta:

$$10000 = \sqrt{3} \cdot 220 \cdot \frac{12266.6}{220 \cdot \cos\varphi} \cdot (\cos 30^o \cdot \cos\varphi - \operatorname{sen} 30^o \cdot \operatorname{sen}\varphi)$$

$$\frac{10000}{12266.6 \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \operatorname{tang}\varphi$$

$$\operatorname{tang}\varphi = 2 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{10000}{12266.6 \cdot \sqrt{3}} \right)$$

$$\varphi = 38.33^o$$

Y de acuerdo a la ecuación (2) el valor de J es:

$$J = \frac{12266.6}{220 \cdot \cos 38.33^o} = 71.08 \text{ A}$$

Tomando V_1 como origen de fases, las expresiones complejas de las intensidades que circulan por los motores son:

$$\bar{J}_1 = 71.08 \angle -38.33^o$$
$$\bar{J}_2 = 71.08 \angle 201.67^o \qquad (3)$$
$$\bar{J}_3 = 71.08 \angle 81.67^o$$

Supongamos, por ejemplo, que el motor que se desconecta es el que se encuentra conectado a V_2. Lo mismo sería con cualquiera de los otros dos.

Desconectar dicho motor supone que J_2 es cero, y por lo tanto las intensidades de línea en función de las simples quedan de la forma:

$$\bar{I}_1 = \bar{J}_3$$
$$\bar{I}_2 = \bar{J}_1 - \bar{J}_3 \qquad (4)$$

$$\bar{I}_3 = -\bar{J}_1$$

Sustituyendo (3) en (4) resulta:

$$\bar{I}_1 = 71.08 \angle 81.67^\circ$$

$$\bar{I}_2 = 71.08 \angle -38.33^\circ - 71.08 \angle 81.67^\circ = 71.08(0.78 - j0.62 - 0.14 - j0.99)$$

$$\bar{I}_2 = 71.08(0.64 - j1.61) = 123.15 \angle 291.66^\circ$$

$$\bar{I}_3 = 71.08 \angle 141.67^\circ$$

$$\bar{I}_1 = 71.08 \angle 81.67^\circ \qquad \bar{I}_2 = 123.15 \angle 291.66^\circ \qquad \bar{I}_3 = 71.08 \angle 141.67^\circ$$

Resolviendo el ejercicio por el método gráfico, se obtiene el diagrama vectorial de tensiones e intensidades que se muestra en la página siguiente.

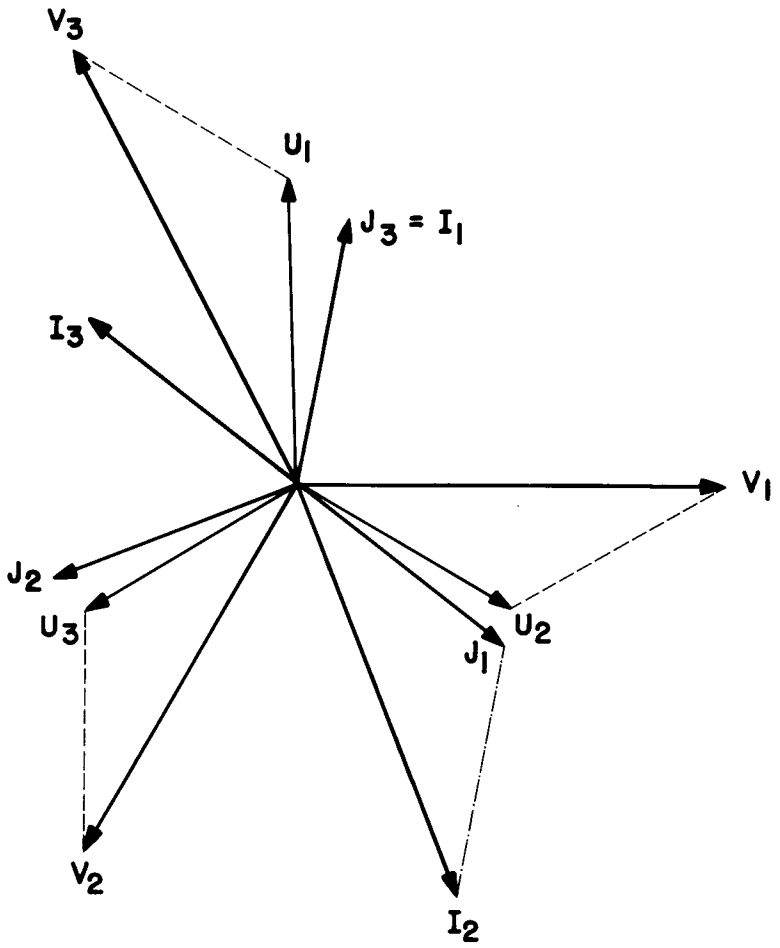
Se ha tomado como escala de intensidades 1 cm = 20 A, y se han obtenido las siguientes lecturas:

$$I_1 = 3.7\,\text{cm} \quad \Rightarrow \quad I_1 = 74.4\,\text{A}$$

$$I_2 = 6.1\,\text{cm} \quad \Rightarrow \quad I_2 = 122\,\text{A}$$

$$I_3 = 3.7\,\text{cm} \quad \Rightarrow \quad I_3 = 74.4\,\text{A}$$

valores similares a los obtenidos mediante el método complejo.


V3
U1
J3 = I1
I3
V1
J2
U3
U2
J1
V2
I2