Departamento de Ingeniería Rural de la UPM



PROBLEMAS DE DÍNAMOS

Prf. Dr. José Andrés Sancho Llerandi

Problema nº 1

Suponiendo que el flujo de una dínamo con excitación independiente se mantenga constante, y que girando a 1200 r.p.m. produzca una fuerza electromotriz de 45 V, calcular la fuerza electromotriz que produce cuando las velocidades de giro sean: 2000 y 1000 r.p.m.

Solución:

La f.e.m. de una dínamo está dada por la expresión:

$$E = n.N.\Phi.\frac{p}{c} \qquad (1.1)$$

Donde:

n = Número de conductores activos
N = Número de revoluciones por minuto del inducido
Φ = Flujo útil por polo
p = Número de pares de polos del inductor
c = Número de semiderivaciones.

Suponiendo que se mantengan constantes: n, Φ, p y c, la expresión (1.1) se puede poner de la forma:

$$E = k.N \qquad (1.2)$$

El valor de la constante k de la expresión (1.2) la obtenemos con el régimen de 1200 r.p.m.

$$k = \frac{45}{1200} \qquad (1.3)$$

El valor de la f.e.m. a 2000 r.p.m., es:

$$E' = \frac{45}{1200}.2000 = 75 \quad V \qquad (1.4)$$

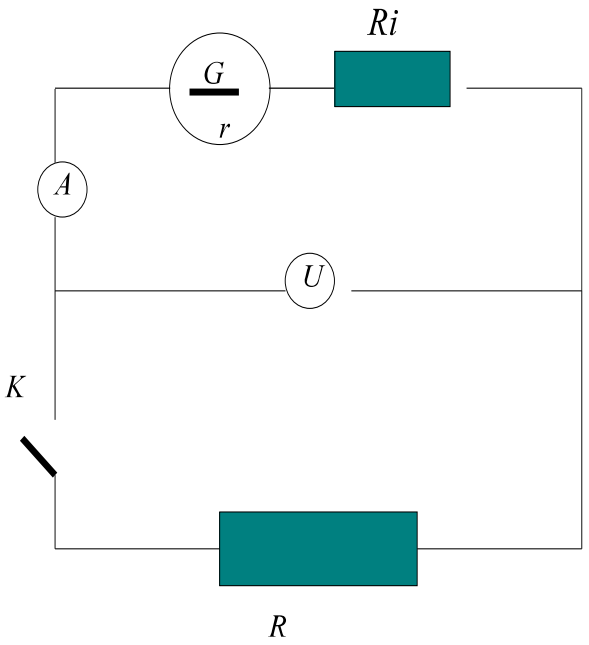
El valor de la f.e.m. a 1000 r.p.m. es:

$$E'' = \frac{45}{1200}.1000 = 37{,}5 \quad V \qquad (1.5)$$

Problema nº 2

La figura representa una dínamo serie conectada a una resistencia R. Se abre el interruptor K y se lee en el voltímetro 110 V. Se cierra el interruptor K y se lee en el voltímetro 100 V y 50 A en el amperímetro.
Se pide:

1º.- Resistencia interna de la dínamo ($r+r_i$)
2º.- Resistencia exterior (R)



Solución:

1º) En el circuito de la figura se establece la siguiente ecuación:

$$U = E - (r + r_i).I \qquad (2.1)$$

Con el interruptor abierto:

$$I = 0 \Rightarrow U = E \qquad (2.2)$$

Por tanto la fuerza electromotriz de la dínamo es:

$$E = 110\ V \qquad (2.3)$$

Con el interruptor K cerrado:

$$I = 50\ A \Rightarrow \quad U = 110 - (r + r_i).50 \tag{2.4}$$

Pero en (2.4) la tensión es 100 V, por tanto, la resistencia interna de la dínamo es:

$$100 = 110 - (r + r_i).50$$

$$r + r_i = \frac{110-100}{50} = 0{,}2\ \Omega \tag{2.5}$$

2º.- En el circuito exterior, se verifica:

$$100 = R.50$$

$$R = \frac{100}{50} = 2\ \Omega \tag{2.6}$$

Problema nº 3

Se dispone de una dínamo shunt conectada directamente a unas barras de distribución sin resistencia.

El sistema receptor conectado a las barras está formado por:

- Un motor de 1,22 CV, de potencia útil
- Un conjunto de lámparas que absorben una potencia total de 1000 W.
- Una resistencia R, que consume 10 A

En marcha normal, la resistencia del circuito de excitación es de 200 Ω, siendo la resistencia del inducido 0,2 Ω.

Sabiendo que en 10 h de funcionamiento el sistema receptor consume 30 kWh y 300 A.h, se pide:

1º.- Tensión de salida en la dínamo.

2º.- Intensidad en el circuito de excitación.

3º.- Rendimiento de la dínamo.

4º.- Rendimiento del motor.

Solución

1º.- La potencia que absorbe el sistema receptor es:

$$P_T = \frac{W_t}{t}$$

$$P_T = \frac{30000}{10} = 3000\ W \qquad (3.1)$$

Pero como toma 300 A.h, la tensión será:

$$U = \frac{W_t}{Q}$$

$$U = \frac{30000}{300} = 100\ V \qquad (3.2)$$

2º.- La intensidad de excitación es:

$$I_i = \frac{U}{r_i}$$
$$I_i = \frac{100}{200} = 0{,}5\ A \qquad (3.3)$$

3º.- El rendimiento de la dínamo está dado por la expresión:

$$\eta_d = \frac{U.I}{E.I_d} \qquad (3.4)$$

Siendo:

$$I_d = I + I_i$$
$$I = I_M + I_L + I_R \qquad (3.5)$$

Pero:

$$I = \frac{Q}{t}$$
$$I = \frac{300}{10} = 30\ A \qquad (3.6)$$

En consecuencia:

$$I_d = 30 + 0{,}5 = 30{,}5\ A \qquad (3.7)$$

Por tanto, el rendimiento valdrá:

$$\eta_d = \frac{100.30}{30{,}5.(100 + 0{,}2.30{,}5)} = 0{,}927 \qquad (3.8)$$

Ya que:

$$E = U + I_d.r$$
$$E = 100 + 0{,}2.30{,}5 \qquad (3.9)$$

4º.- La potencia del motor está dada por la expresión:

$$P_M = P_T - P_L - P_R$$
$$P_M = 3000 - 1000 - 10.100 = 1000\ W \qquad (3.10)$$

El rendimiento del motor es:

$$\eta_m = \frac{P_u}{P_{ab}}$$
$$\eta_m = \frac{1,22.736}{1000} = 0,898 \qquad (3.11)$$

Problema nº 4

Se desea elevar 6500 m^3 de agua de un pozo que tiene una profundidad de 10 m, en un tiempo de 24 h.

El motor de que se dispone de un motor shunt que está situado a 500 m de un grupo electrógeno y se encuentra alimentado por una línea de resistividad $1{,}7.10^{-8}$ Ω.m

Se considera que el porcentaje de caída de tensión en la línea es 5 %, cuando transporta 40 A.

El motor tiene una resistencia del inducido de 1 Ω, suponiendo despreciable el valor de la resistencia de excitación.

Se pide:

1º.- Sección de cada conductor de la línea.

2º.- Rendimiento eléctrica de la línea.

Solución:

1º.- La potencia que debe tener el motor para elevar el agua es:

$$P_u = \frac{m.g.h}{t}$$

$$P_u = \frac{6500.1000.10}{24.3600}.9{,}81 = 7380{,}2\ W \qquad (4.1)$$

La fuerza electromotriz del motor, será:

$$P_u = E'.I$$

$$E' = \frac{P_u}{I} \qquad (4.2)$$

$$E' = \frac{7380{,}2}{40} = 184{,}5\ V$$

La tensión de alimentación del motor se obtiene a partir de la Ley del Motor:

$$U = E' + r.I$$
$$U = 184,5 + 1.40 = 224,5V \qquad (4.3)$$

La tensión que alimenta la línea es:

$$U' = U + \Delta U$$
$$U' = U + \frac{5}{100}.U = 1,05.U \qquad (4.4)$$
$$U' = 224,5.1,05 = 235,73\ V$$

La caída de tensión es:

$$\delta = U' - U$$
$$\delta = 235,73 - 224,5 = 11,225\ V \qquad (4.5)$$

En consecuencia, la sección será:

$$\delta = 2.R_L.I$$
$$R_L = \rho.\frac{l}{s} \qquad (4.6)$$

Operando en (4.6), resulta:

$$\delta = 2.\rho.\frac{l}{s}.I$$
$$s = \frac{2.\rho.l.I}{\delta} \qquad (4.7)$$

Sustituyendo los valores es (4.7), el valor de la sección del conductor, es:

$$s = \frac{2.0,017.500.40}{11,225} = 60,58\ mm^2 \qquad (4.8)$$

2º.- El rendimiento de la línea, es:

$$\eta_L = \frac{P_2}{P_1} = \frac{U.I}{U'.I} = \frac{U}{U'} \qquad (4.9)$$

$$\eta_L = 224,\frac{5}{235},73.100 = 95,23\ \%$$

Problema nº 5

Se desea instalar una dínamo shunt con los siguientes aparatos:

- Reóstato de campo (0-500 Ω)
- Amperímetro (5 A)
- Amperímetro (50 A)
- Voltímetro (500 V)
- Interruptor con fusibles
- Reóstato de carga (0-1000 Ω)

Las características de la dínamo son:

- p = 2
- c= 2
- n = 700
- N = 1500 rpm

El devanado del inducido es en tambor, siendo la resistencia de cada espira 0,046Ω.

La resistencia de excitación es 100 Ω, y la del reóstato de campo en marcha normal 100 Ω.

La resistencia del reóstato de carga es 10 Ω, y el flujo útil por polo en vacío, 1/70Wb.

El voltímetro en carga da una lectura de 200 V.

Se pide:

1º) Reacción magnética del inducido en este régimen de carga.
2º) Esquema bipolar de la instalación.

Solución

1º) La reacción del inducido está dada por la expresión:

$$\varepsilon = E_v - E_c \qquad (5.1)$$

La fuerza electromotriz en vacío de la dínamo, está dada por la expresión:

$$E_v = n.N.\Phi.\frac{p}{c} \qquad (5.2)$$

La fuerza electromotriz en carga se obtiene a partir de la *Ley del Generador*:

$$E_c = U + r.I_d \tag{5.3}$$

El valor de E_v, de acuerdo con los datos del enunciado es:

$$E_v = 700.\frac{1500}{60}.\frac{1}{70}.\frac{2}{2} = 250 \quad V \tag{5.4}$$

La intensidad que circula por el inducido es:

$$I_d = I + I_i \tag{5.5}$$

La intensidad que absorbe la carga es:

$$I = \frac{200}{10} = 20 \quad A \tag{5.6}$$

La tensión en bornes de la dínamo esta dada por la expresión:

$$U = (r_d + R_d).I_i \tag{5.7}$$

En consecuencia, la intensidad que circula por el inductor, I_i valdrá:

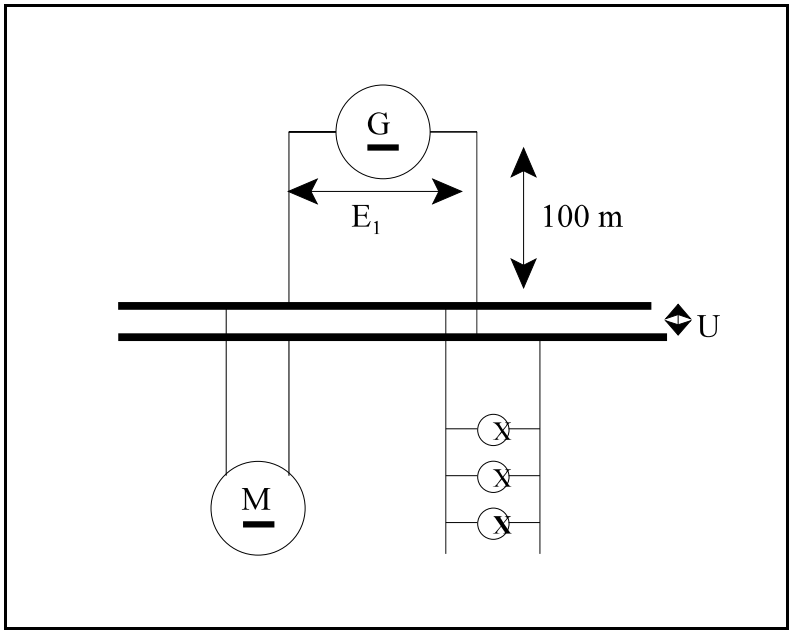
$$I_i = \frac{200}{100 + 100} = 1 \quad A \tag{5.8}$$

En consecuencia, la intensidad que circula por el inducido, I_d es:

$$I_d = 20 + 1 = 21 \quad A \tag{5.9}$$

Problema nº 6

Una dínamo con excitación independiente debe alimentar a través de una línea de *100m* de longitud, un motor de corriente continua y un grupo de *10 lámparas* de *40W* de potencia, cada una de ellas, según se indica en el esquema adjunto.



Se sabe que el motor eléctrico tiene una potencia de *2 CV*, un rendimiento de *0,8*, y que las lámparas absorben una intensidad de *2 A*.

Calcular la fuerza electromotriz de la dínamo, si su rendimiento es del *90%*

Nota.- La línea es de cobre con resistividad $1{,}8.10^{-8}$ Ω.m y 36 mm^2 de sección.

Solución

La resistencia de la línea está dada por la expresión:

$$R_h = \rho.\frac{l}{s} \qquad (6.1)$$

Sustituyendo los datos del enunciado en (6.1), resulta:

$$R_h = 0{,}018.\frac{2.100}{36} = 0.1 \quad \Omega \qquad (6.2)$$

La potencia que absorbe el motor se obtiene a partir de la expresión:

$$P_{abM} = \frac{P_{uM}}{\eta} \qquad (6.3)$$

Cuyo valor es:

$$P_{abM} = \frac{2.736}{0,8} = 1840 \quad W \tag{6.4}$$

La potencia absorbida por las lámparas, es:

$$P_l = 10.40 = 400 \quad W \tag{6.5}$$

El rendimiento de la dínamo es:

$$\eta_d = \frac{E_1}{E_v} = \frac{U + R_h.(i_1 + i_2)}{E_v} \tag{6.6}$$

La tensión en las barras de distribución U, se obtiene a partir de la expresión:

$$P_l = U.i_2 \tag{6.7}$$

Cuyo valor es:

$$U = \frac{400}{2} = 200 \quad V \tag{6.8}$$

La intensidad que absorbe el motor se obtiene a partir de la ecuación:

$$P_M = U.i_2 \tag{6.9}$$

Cuyo valor es:

$$i_2 = \frac{1840}{200} = 9,2 \quad A \tag{6.10}$$

La caída de tensión en la línea es:

$$\Delta U_l = R_h.(i_1 + i_2) \tag{6.11}$$

Cuyo valor es:

$$\Delta U_l = 0,1.(2 + 9,2) = 1,12 \quad V \tag{6.12}$$

La tensión en la salida de la dínamo E_1, será:

$$E_1 = 200 + 1{,}12 = 201{,}12 \quad V \tag{6.13}$$

Despejando E_v de (6.6) y teniendo en cuenta (6.13), resulta:

$$E_v = \frac{201{,}12}{0{,}9} = 223{,}46 \quad V \tag{6.14}$$

Problema nº 7

Una dínamo shunt alimenta a un motor de 5 CV de potencia útil.

A plana carga, el circuito de excitación con reóstato tiene una resistencia de 200 Ω. En este régimen se pierde una potencia en el inducido de 441 W. La resistencia interior del motor es 0,8 Ω, y el amperímetro que mide la intensidad que absorbe el circuito exterior es 20 A.

Suponiendo que el motor carezca de pérdidas por rozamiento, se pide calcular el rendimiento de la dínamo.

Solución:

El rendimiento de la dínamo es:

$$\eta_d = \frac{U.I}{E.I_d} \qquad (7.1)$$

Por otra parte, la potencia que absorbe el motor, esta dada por la expresión:

$$P_{uM} = U.I = P_M + I^2.r_M \qquad (7.2)$$

Cuyo valor es:

$$P_M = 5.736 + 20^2.0{,}8 = 4000\ W \qquad (7.3)$$

La fuerza contraelectromotriz del motor, se obtiene a partir de la potencia útil, ya que se supone que el motor no tiene pérdida:

$$P_M = E'.I$$

$$E' = \frac{P_M}{I} \qquad (7.4)$$

$$E' = \frac{5.736}{20} = 184\ V$$

La diferencia de potencial en la salida de la dínamo es la misma que en la entrada del motor, en consecuencia valdrá:

$$U = E' + r_M.I$$

$$U = 184 + 0{,}8.20 = 220\ V \qquad (7.5)$$

Esta tensión es la misma que alimenta el circuito de excitación de la dínamo, en consecuencia, la intensidad que circula por dicho circuito es:

$$U = R_i.I_i$$

$$I_i = \frac{U}{R_i} \qquad (7.6)$$

$$I_i = \frac{200}{200} = 1\ A$$

La potencia generad por la dínamo, es:

$$E.I_d = 4000 + 200.1 + 441 = 4641\ W \qquad (7.7)$$

Finalmente, el rendimiento de la dínamo será el cociente entre la potencia útil y la generada, es decir:

$$\eta_d = \frac{4000}{4641}.100 = 86{,}1\ \% \qquad (7.8)$$

Problema nº 8

Una dínamo con excitación independiente de fuerza electromotriz 200 V y resistencia interna 0,5 Ω alimenta, mediante una línea bifilar, un sistema receptor formado por los siguientes elementos:

a) Una estufa de resistencia 6 Ω

b) Un motor de potencia útil 2,5 CV y rendimiento 0,9.

c) Un grupo de lámparas que absorben 1705,6 W

Suponiendo que la resistencia de cada hilo de la línea es 0,75 Ω, se pide calcular el rendimiento eléctrico de la dínamo.

Solución:

El rendimiento eléctrico de la dínamo está dado por la expresión:

$$\eta_d = \frac{U.I_T}{E.I_T} = \frac{U}{E} \qquad (8.1)$$

Siendo:

$$\begin{aligned} U &= E - r_d.I_T \\ I_T &= I_E + I_M + I_L \end{aligned} \qquad (8.2)$$

Los valores de las intensidades que absorben los receptor, de acuerdo con los datos del enunciado, son:

$$\begin{aligned} I_E &= \frac{U_1}{6} \\ I_M &= \frac{2,5.736}{0,9.U_1} \\ I_L &= \frac{1705,6}{U_1} \end{aligned} \qquad (8.3)$$

Combinando (8.2) y (8.3), resulta:

$$\begin{aligned} U &= 200 - 0{,}5.I_T \\ U &= U_1 + 2.R.I_T = U_1 + 2.0{,}75.I_T \\ 200 &- 0{,}5.I_T = U_1 + 1{,}5.I_T \\ 200 &= U_1 + 2.I_T \end{aligned} \qquad (8.4)$$

La intensidad total que suministra la dínamo es:

$$I_T = \frac{U_1}{6} + \frac{2{,}5.736}{0{,}9.U_1} + \frac{1705{,}6}{U_1} \qquad (8.5)$$

Sustituyendo (8.5) en (8.4), resulta:

$$200 = U_1 + 2.\left(\frac{U_1}{6} + \frac{2{,}5.736}{0{,}9.U_1} + \frac{1705{,}6}{U_1}\right) \qquad (8.6)$$

Operando:

$$\frac{2}{3}.U^2{}_1 - 100.U_1 + 3750 = 0 \qquad (8.7)$$

$$U_1 = 75\ V \qquad (8.8)$$

Sustituyendo (8.8) en (8.5), resulta:

$$I_T = 62{,}5\ A \qquad (8.9)$$

De acuerdo con (8.1), el rendimiento de la dínamos es:

$$\eta_d = \frac{200 - 0{,}5.62{,}5}{200}.100 = 84{,}37\ \% \qquad (8.10)$$

Problema nº 9

Una dínamo serie tiene las siguientes características:

Número de polos: 2

Número de circuitos derivados :4

Resistencia del inducido: 0.2 Ω

Resistencia del inductor : 0.3 Ω

La dínamo se conecta a unas barras de distribución donde hay instalados 50 receptores, cada uno de los cuales absorbe 0.6 A.

En marcha normal, la tensión en barras es 240 V.

Se desea conocer:

1º.- La fuerza electromotriz de la dínamo.

2º.- El número de conductores activos del inducido, si el flujo por polo es 40.10^{-3}Wb y el número de revoluciones del inducido es 1200 r.p.m.

Solución:

1º.- La Ley del Generador aplicada a la dínamo serie, es:

$$E = U + (r + r_i).I \qquad (9.1)$$

La intensidad que absorben los receptores, que es la misma que circula por el inducido e inductor, es:

$$I = 50.0{,}6 = 30\ A \qquad (9.2)$$

Sustituyendo (9.2) en (9.1), resulta:

$$E = 240 + (0{,}2 + 0{,}3).30 = 255\ V \qquad (9.3)$$

2º.- La expresión que define la fuerza electromotriz de una dínamo es:

$$E = N.n.\Phi.\frac{p}{c} \qquad (9.4)$$

Despejando n de la expresión (9.4), resulta:

$$n = \frac{E}{N.\Phi.\frac{p}{c}} \qquad (9.5)$$

Sustituyendo (9.3) en (9.5) y teniendo en cuenta los datos del enunciado, resulta:

$$n = \frac{225}{\frac{1200}{60}.40.10^{-3}.\frac{2}{2}} = 319 \quad conductores \qquad (9.6)$$

Problema nº 10

La Tabla 10.1 recoge los valores de un ensayo realizado a una dínamo serie que gira a 2000 rpm, y cuya resistencia interna (inducido e inductor) es 4 Ω.

Se pide:

1º.- Los valores de las fuerzas electromotrices correspondientes.
2º.- Los valores de las fuerzas electromotrices cuando la dínamo gire a 1500 y 1800 rpm.
3º.- Los valores de las fuerzas electromotrices correspondientes a 1500, 1800 y 2000 rpm, admitiendo que el circuito exterior tiene una resistencia de 14,5 Ω.

Tabla 10.1

I (A)	U (V)
2	52
2.8	62
3.5	70
4.7	79
7	86
10	82

Solución

Los valores de las fuerzas electromotrices para los distintos valores de la tabla se obtienen aplicando la Ley del Generador:

$$E = U + (r_d + r_i).I \qquad (10.1)$$

Los valores obtenidos quedan reflejados en la columna tercera de la Tabla (10.2).

Tabla 10.2

I (A)	U (V)	E_{2000} (V)	E_{1500} (V)	E_{1800} (V)
2	52	60	45	54
2,8	62	73,2	54,9	65,88
3,5	70	84	63	75,6
4,7	79	97,8	73,35	88,02
7	86	114	85,5	102,6
10	82	122	91,5	109,8

2º.- El flujo permanece constante con independencia de la carga, por tanto la fuerza electromotriz es proporcional al número de revoluciones, en consecuencia para un régimen de 1500 rpm, la fuerza electromotriz se calcula por la expresión (10.2):

$$E_{1500} = E_{2000} \cdot \frac{1500}{2000} \qquad (10.2)$$

De forma análoga, para 1800 rpm, la fem vendrá dada por la expresión (10.3).

$$E_{1800} = E_{2000} \cdot \frac{1800}{2000} \qquad (10.3)$$

Los valores de las fuerza electromotrices para los distintos regímenes del ensayo están recogidos en las columnas cuatro y cinco de la Tabla 10.2.

3º.- En este caso la resistencia total que alimenta la dínamo será la suma de la interior y la exterior, es decir:

$$R_T = R + r_d + r_i \qquad (10.4)$$

Siendo:

R = Resistencia exterior
r_d = Resistencia del inducido
r_i = Resistencia del inductor

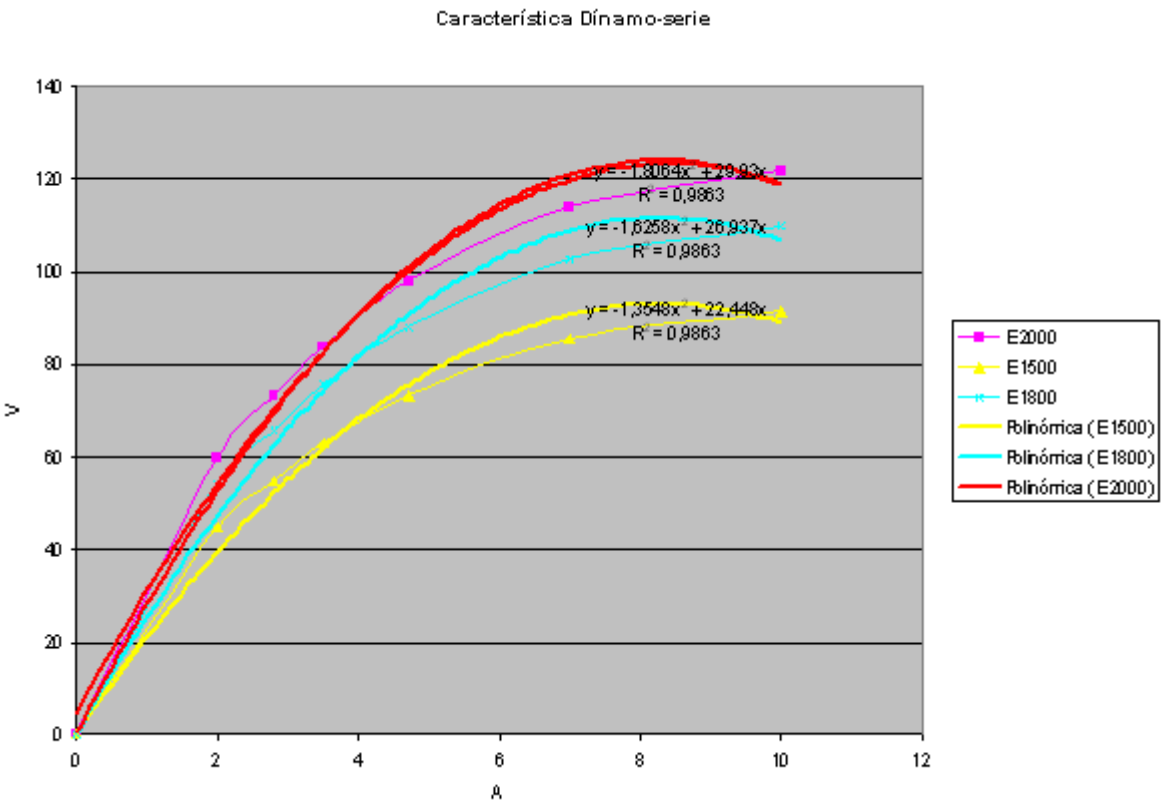


Figura 10.1 Curvas características de la dínamo serie a distintos regímenes de velocidad

Sustituyendo los valores del enunciado en (10.4), resulta:

$$R_T = 14{,}5 + 4 = 18{,}5 \quad \Omega \qquad (10.5)$$

Los valores de las fuerzas electromotrices e intensidades en los regímenes de 2000, 1800 y 1500 rpm están representados em la figura.

Para determinar las fuerzas electromotrices e intensidades que se corresponden con la carga R_T, se calcula los punto de corte de la recta:

$$y = 18.5x \qquad (10.6)$$

con las curvas características de la dínamo a distintos regímenes de velocidad (1500, 1800 y 2000 rpm).

Los valores quedan recogidos en la Tabla 10.2.

Tabla 10.3

E e I (2000 rpm)	E e I (1800 rpm)	E e I (1500 rpm)
$y = -1{,}8064x^2 + 29{,}93x$	$y = -1{,}6258x^2 + 26{,}937x$	y = -1,3548x2 + 22,448x
y = 18,5.x	y = 18,5.x	y = 18,5.x
I = 6,33 A	I = 5,19 A	I = 2,91 A
E = 117,06 V	E = 96,00 V	E = 53,91 V

En la Figura 10.2 se han representado las curvas características así como la recta que da la tensión en la resistencia externa, y los punto de corte de dicha recta con las curvas que se corresponden con los valores de las intensidades y fuerzas electromotrices.

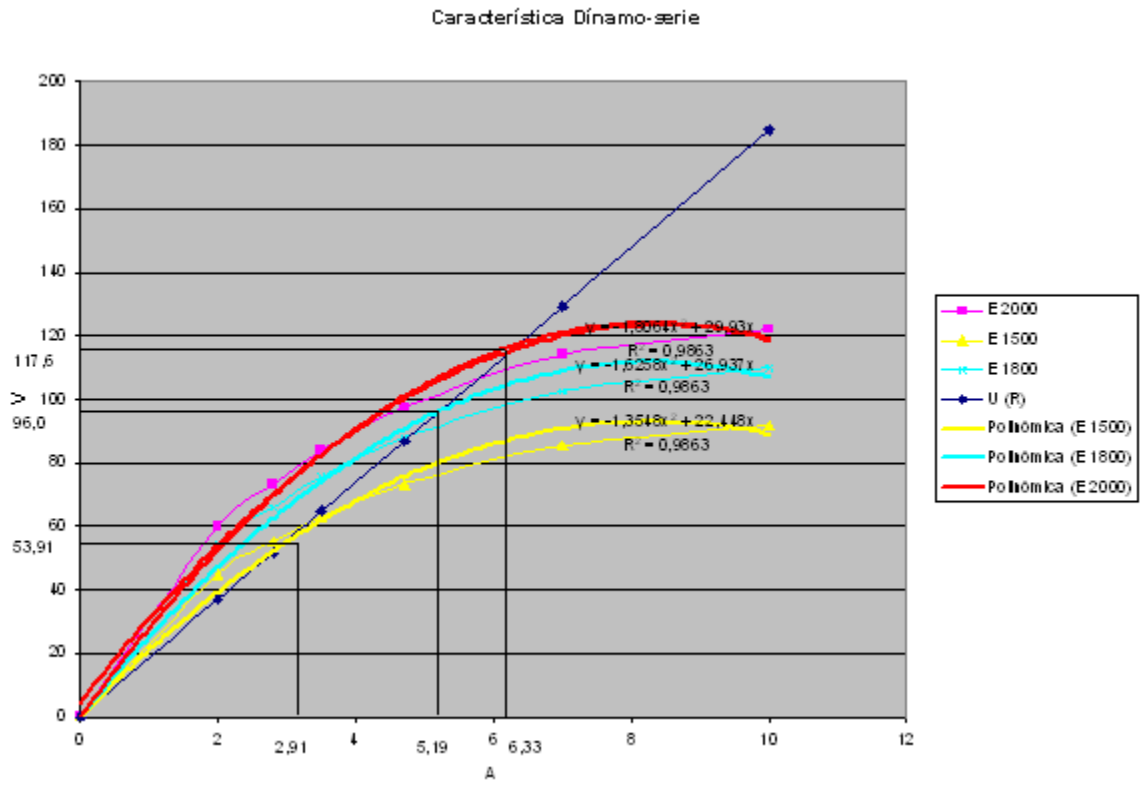


Figura 10.2 Características de la dínamo serie y recta que define la carga exterior