Departamento de Ingeniería Rural de la UPM



PROBLEMAS DE MOTORES ASÍNCRONOS

Prf. Dr. José Andrés Sancho Llerandi

Problema nº 1

Calcular la velocidad mínima con la que debe funcionar un motor de inducción de 2 pares de polos, y 50 c.p.s, si el deslizamiento máximo debe ser el 6%.

Solución:

El estator de un motor polifásico con ***p*** bobinas por fase, cuando es recorrido por un sistema equilibrado de corrientes polifásicas de frecuencia angular ω, equivale a ***p*** pares de polos que giran a una velocidad angular ω/**p** (Teorema de Ferraris).

El flujo giratorio del estator induce unas corrientes en el rotor, que determinan el giro de éste en el mismo sentido de giro que el flujo producido por el estator.

Por tanto, si el estator produce un flujo que gira con una velocidad de $\mathbf{N_1}$ (r.p.m.), el rotor lo hará a $\mathbf{N_2}$ (r.p.m.), siendo $\mathbf{N_1 - N_2}$ la velocidad que determina la fuerza electromotriz que se induce en rotor. En lo motores asíncronos siempre se verifica: $\mathbf{N_1 > N_2}$.

El deslizamiento del motor asíncrono **g**, está definido por la expresión:

$$g = \frac{N_1 - N_2}{N_1}.100 \qquad (1.1)$$

Donde:

N_1 = Velocidad de giro del flujo del estator.
N_2 = Velocidad de giro del rotor.

Según lo indicado en el enunciado del problema:

$$N_1 = \frac{f}{p} \qquad (1.2)$$

$$N_1 = \frac{50}{2} = 25\ r.p.s = 25\ rev.s^{-1}.60\ s.m^{-1} = 1500\ r.p.m$$

De la expresión (1.1) se deduce:

$$N_2 = N_1.(1 - g) \qquad (1.3)$$

Sustituyendo en (1.3), se obtiene:

$$N_2 = 1500.(1 - 0{,}06) = 1410 \ r.p.m.$$

Problema nº 2

Un motor de inducción de 2 pares de polos y 50 c.p.s., tiene un deslizamiento del 6%. Calcular la frecuencia de la intensidad que circula por el rotor.

Solución:

La velocidad del rotor, de acuerdo con el Problema nº 1, es:

N_2 =1410 r.p.m.

La frecuencia de la intensidad que circula por el rotor está dada por la expresión:

$$f_2 = p.(N_1 - N_2) = p.N_1.g = f_1.g \qquad (2.1)$$

La expresión (2.1) indica, que *la frecuencia de la corriente que circula por el rotor, es igual a la frecuencia de la tensión aplicada al estator, multiplicada por el deslizamiento.*

En el presente problema, dicha frecuencia vale:

$$f_2 = 50.0{,}06 = 3 \ r.p.s. = 180 \ r.p.m.$$

Problema nº 3

Un motor de inducción cuyo estator está conectado en estrella, tiene las siguientes características:

Frecuencia de la tensión aplicada al estator, f = 50 Hz.

Tensión a la que se encuentra conectado el estator, U_1 = 1000 V.

Deslizamiento, g = 6 %.

Número de bobinas por fase = 2

Se pide:

1º) Velocidad del rotor.

2º) Factor de potencia del motor funcionando en vacío, cuando la potencia que absorbe es 5000W, y la intensidad en el estator 20 A.

Solución:

1º) La velocidad del flujo del estator es:

$$N_1 = \frac{f}{p}$$

$$N_1 = \frac{50}{2} = 25\ r.p.s. = 25.60 = 1500\ r.p.m.$$

De acuerdo con (1.3), la velocidad del rotor es:

$$N_2 = N_1.(1 - g)$$

$$N_2 = 1500.(1 - 0{,}06) = 1410\ r.p.m. \qquad (3.1)$$

2º) El estator del motor asíncrono se comporta de forma semejante al primario de un transformador, en consecuencia, se puede representar median el diagrama de la Fig. 3.1.

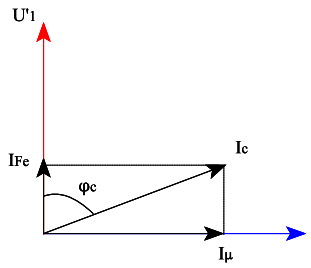


Fig. 3.1

La potencia absorbida por el motor, es:

$$P = 3.P' = 3.U'.I_c.\cos\varphi = \sqrt{3}.U.I_c.\cos\varphi \qquad (3.2)$$

$$P = 5000 = \sqrt{3}.1000.20.\cos\varphi$$

$$\cos\varphi = \frac{5000}{\sqrt{3}.1000.20} = 0{,}144$$

Problema nº 4

Un motor de inducción de 20 CV, gira a 1410 r.p.m. Está conectado a una línea de 220 V de tensión entre fases, 50 Hz, y absorbe 55 A. La potencia que toma de la línea es 15 kW.

Se pide:

1º) El par desarrollado.

2º) El número de pares de polos.

3º) El deslizamiento.

4º) El rendimiento.

5º) El factor de potencia.

Solución:

1º) La potencia desarrollada por el motor es:

$$P = 2.\pi.C.N_2 \qquad (4.1)$$

Donde **C** es el par motor (N.m). Por tanto, despejando **C** de (4.1), resulta:

$$C = \frac{P}{2.\pi.N_2}$$

$$C = \frac{20.736}{2.\pi.\frac{1410}{60}} = 99.69 \ N.m$$

2º) El número de pares de polos está dado por la expresión:

$$p = \frac{f}{N_1} \qquad (4.2)$$

$$p = \frac{50}{N_1}$$

Ahora bien, para determinar dicho número de polos, es preciso conocer la velocidad del flujo inductor $\mathbf{N_1}$, cuyo valor es, según (4.2)

$$N_1 = \frac{50.60}{p} = \frac{3000}{p}\ r.p.m. \qquad (4.3)$$

El valor de $\mathbf{N_1}$ sabemos que es muy próximo a $\mathbf{N_2}$.

p	$N_1 = 3000/p$	$N_2 = 1410$	ΔN
1	3000	1410	1590
2	1500	1410	90
3	1000	1410	-410

El más próximo, por exceso, se corresponde con 2 pares de polos (1500 r.p.m.), según los datos obtenidos de la Tabla adjunta.

3º) El deslizamiento se calcula mediante la expresión:

$$g = \frac{N_1 - N_2}{N_1}.100 \qquad (4.4)$$

Sustituyendo los datos en (4.4), resulta:

$$g = \frac{1500 - 1410}{1500}.100 = 6\%$$

4º) El rendimiento es el cociente entre la potencia útil, y la absorbida. Por tanto, valdrá:

$$\eta = \frac{20.736}{15.1000}.100 = 98{,}13\%$$

5º) El factor de potencia, se obtiene a partir de la expresión que define la potencia media:

$$\cos\varphi = \frac{P}{\sqrt{3}.U.I}$$

$$\cos\varphi = \frac{15.1000}{\sqrt{3}.220.55} = 0{,}72$$

Problema nº 5

Un motor de inducción trifásico, con rotor conectado en estrella (Y), tiene las siguientes características:

Deslizamiento, g = 6%

Intensidad absorbida por el estator, I_1 = 15 A

Relación de transformación, r = 2,5

Resistencia del rotor, R_2 = 0,15 ohmios.

Calcular la potencia útil.

Solución:

El circuito equivalente del motor asíncrono es semejante al de un transformador, en el cual el estator se asocia al primario, y el rotor al secundario. El estator tiene una resistencia $\mathbf{R_1}$ y una reactancia $\mathbf{X_1}$. Si se aplica una tensión $\mathbf{U_1}$, se induce una fuerza contraelectromotriz $\mathbf{E_1}$.

El rotor tiene una resistencia, referida al primario, $\mathbf{R'_2}$[1], y una reactancia, también referida al primario, $\mathbf{X'_2}$.

El circuito equivalente del motor en movimiento, referido al primario, es el de la Fig.5.1.

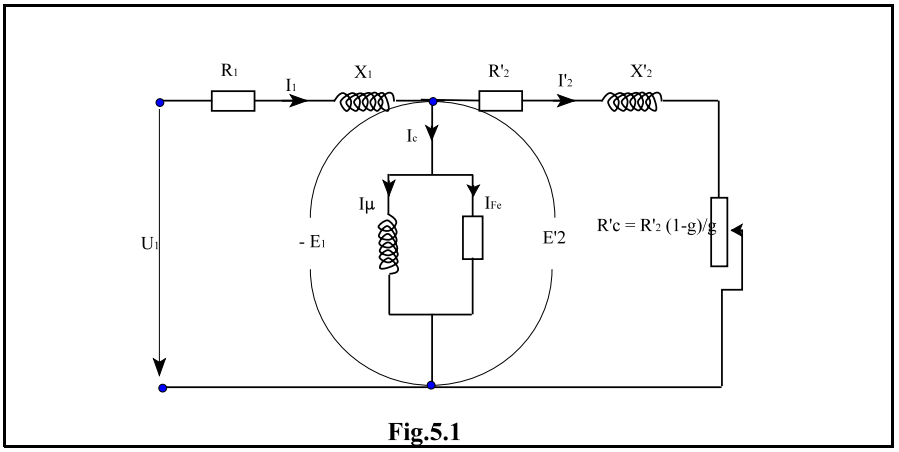


Fig.5.1

[1]Ver Electrotecnia General: Tema 44 (Prf. Dr. José Andrés Sancho Llerandi)

Conocido como circuito en **T**. Si embargo en la práctica se utiliza el circuito en Γ, tal como se representa en la Fig.5.2.

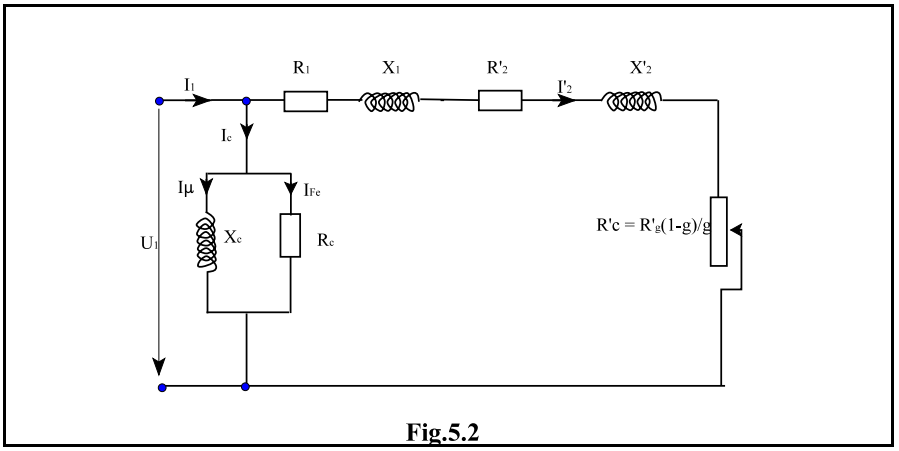


Fig.5.2

En el circuito de la Fig.5.2 la potencia mecánica que cede el motor, es:

$$P_u = 3.r^2.R_2.(\frac{1}{g} - 1).\frac{I_2^2}{r^2} = 3.r^2.R_2.(\frac{1}{g} - 1).I_1^2 \qquad (5.1)$$

Sustituyendo en (5.1) los datos del enunciado, resulta:

$$P_u = 3.2{,}5^2.0{,}15.(\frac{1}{0{,}06} - 1).15^2 = 9914{,}06\ W$$

Problema nº 6

Un motor asíncrono de rotor devanado, tiene el estator conectado en triángulo (Δ), y el rotor en estrella (Y). Las características del motor son:

Frecuencia de la tensión de alimentación, $f_1 = 50$ Hz
Valor de la tensión entre fases, $U_1 = 220$ V
Número de pares de polos, $p = 2$
Resistencia del rotor, $R_2 = 0{,}2\ \Omega$.
Reactancia del rotor, $X_2 = 0{,}6\ \Omega$.
Relación de transformación, $r = 2$

Se pide:

1º) Deslizamiento, para una velocidad del rotor de 1400 r.p.m.
2º) Frecuencia de la intensidad que circula por el rotor.
3º) Potencia absorbida por el rotor.
4º) Pérdidas en el cobre, en el rotor.
5º) Potencia de salida del rotor.

Solución:

1º) De la definición de deslizamiento, se deduce:

$$g = \frac{N_1 - N_2}{N_1}.100 \qquad (6.1)$$

Ahora bien, la frecuencia del estator es:

$$f_1 = N_1.p \qquad (6.2)$$

Por tanto:

$$N_1 = \frac{f_1}{p} \qquad (6.3)$$

Sustituyendo los datos en (6.3), resulta:

$$N_1 = \frac{50}{2} = 25\ c.p.s = 1500\ r.p.m.$$

Sustituyendo los valores en (6.1), resulta:

$$g = \frac{1500 - 1400}{1500}.100 = 6{,}6\% \qquad (6.4)$$

2º) La frecuencia de la intensidad que circula por el rotor es:

$$f_2 = (N_1 - N_2).p = g.N_1.p = g.f_1 \qquad (6.5)$$

Sustituyendo los valores en (6.5), resulta:

$$f_2 = 0{,}066.50 = 3{,}3\,Hz$$

3º) El circuito en **T** del motor está representado en la Fig.6.1.

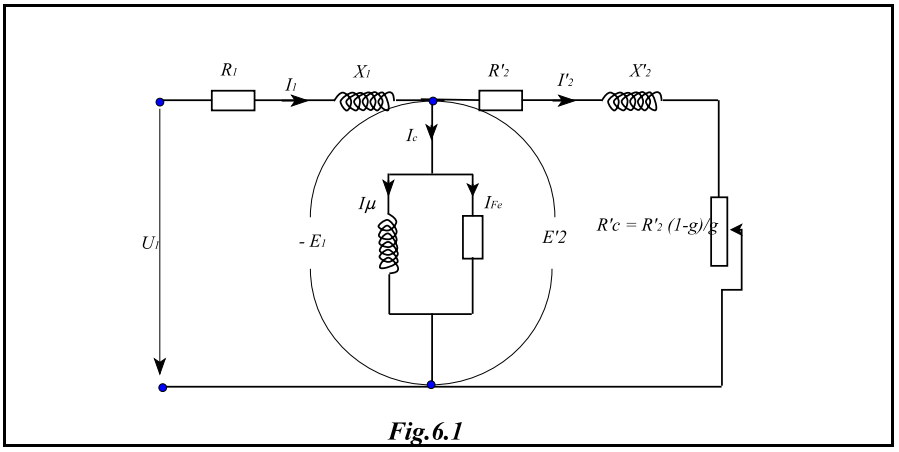


Fig.6.1

La potencia de entrada en el rotor es:

$$P_r = 3.R'_2.I'^2_2 + 3.R'_c.I'^2_2 = \frac{3.R'_2.I'^2_2}{g} \qquad (6.6)$$

Para calcular $\mathbf{I'}_2$ se recurre a la ecuación del circuito:

$$\overline{U_1} = \overline{I_1}.R_1 + j.\overline{I_1}.X_1 + \overline{I'_2}.R'_2 + j.\overline{I'_2}.X'_2 + \overline{I'_2}.R'_c \qquad (6.7)$$

Despreciando $\mathbf{R}_1$ y $\mathbf{X}_1$ frente a $\mathbf{R'}_2$ y $\mathbf{X'}_2$, resulta:

$$\overline{U_1} = \overline{I'_2}.R'_2 + j.\overline{I_2}.X'_2 + \overline{I'_2}.R'_2.(\frac{1}{g} - 1)$$

$$\overline{U_1} = \overline{I'_2}.\frac{R'_2}{g} + j.\overline{I'_2}.X'_2 = \overline{I'_2}.(\frac{R'_2}{g} + j.X'_2) \qquad (6.8)$$

Despejando de (6.8) I'_2, resulta:

$$\overline{I'_2} = \frac{\overline{U_1}}{\frac{R'_2}{g} + j.X'_2} = \frac{\overline{U_1}.g}{R'_2 + j.g.X'_2} \qquad (6.9)$$

Cuyo módulo es:

$$I'_2 = \frac{U_1.g}{\sqrt{R'^2_2 + g^2.X'^2_2}} = \frac{U_1.g}{\sqrt{(R_2.r^2)^2 + g^2.(X_2.r^2)^2}} \qquad (6.10)$$

Sustituyendo (6.10) en (6.6), resulta:

$$P_r = \frac{3.r^2.R_2}{g}.\frac{U_1^2.g^2}{(R_2.r^2)^2 + g^2.(X_2^2.r^2)^2} \qquad (6.11)$$

Operando (6.11), resulta:

$$P_r = \frac{3.R_2.U_1^2.g}{R_2^2.r^2 + g^2.X_2^2.r^2} = \frac{3.R_2.U_1^2.g}{r^2(R_2^2 + g^2.X_2^2)} \qquad (6.12)$$

El valor de la potencia entrante en el rotor, es:

$$P_r = \frac{3.0,2.220^2.0,066}{2^2(0,2^2 + 0,066^2.0,6^2)} = 11623,87\ W$$

4º) La potencia que entra en el rotor se descompone en dos sumandos:

- Potencia que se pierde en sus devanados, en forma de calor, por Joule.

- Potencia que cede el motor, o potencia útil.

Por tanto, se puede expresar de la forma:

$$P_r = P_u + P_{Cu} = 3.I'^2_2.R'_2.(\frac{1}{g} - 1) + 3.I'^2_2.R'_2 \qquad (6.14)$$

De (6.14) se deduce:

$$P_r = \frac{3.I'^2_2.R'_2}{g} = \frac{P_{Cu}}{g} \qquad (6.15)$$

O bien:

$$P_{Cu} = g.P_r \qquad (6.16)$$

Sustituyendo los valores en (6.16), resulta:

$$P_{Cu} = 0,066.11623,87 = 767,17W$$

5º) Considerando que las pérdidas por rozamiento y ventilación son despreciables (al no disponer de datos para su cálculo), de la ecuación (6.14) se deduce:

$$P_u = P_r - P_{Cu} = P_r - g.P_r = P_r.(1 - g) \qquad (6.17)$$

Cuyo valor es:

$$P_u = 11623,87.(1 - 0,066) = 10849\ W$$

Problema nº 7

Un motor conectado en estrella (Y), se alimenta de una línea trifásica de 380 V y 50 Hz. Cuando está a plena carga gira a una velocidad de 980 r.p.m.. Los valores de las resistencias del estator y del rotor son: 0,6 y 0,1 Ω, respectivamente, y los valores de las reactancias del estator y del rotor, para 50 Hz de frecuencia, son: 3 y 0,8 Ω, respectivamente. El número de pares de polos es de 3. La relación de transformación es 2. En estas circunstancias, se pide:

1º) Velocidad de sincronismo, N_1.
2º) Valor del deslizamiento, g, en este régimen de carga.
3º) Frecuencia del rotor, f_2, en plena carga.
4º) Valor de la resistencia de carga, R'_c, referida al primario.
5º) Corriente que toma el motor de la línea que lo aliment,I_1.
6º) Potencia de salida del motor, P_u.

Solución:

1º) El flujo giratorio del estator, induce una corriente en el rotor que determina el giro de éste. Los sentidos de giro del estator y del rotor, coinciden.

$$N_1 = \frac{f_1}{p} \qquad (7.1)$$

$$N_1 = \frac{50}{3}\ r.p.s. = \frac{50.60}{3} = 1000\ r.p.m.$$

2º) El deslizamiento se define por la expresión:

$$g = \frac{N_1 - N_2}{N_1}.100 \qquad (7.2)$$

Cuyo valor es:

$$g = \frac{1000 - 980}{1000}.100 = 2\%$$

3º) La frecuencia del rotor se calcula mediante la expresión:

$$f_2 = (N_2 - N_1).p = g.N_1.p = g.f_1 \tag{7.3}$$

Cuyo valor es:

$$f_2 = 0{,}02.50 = 1\ Hz \tag{7.4}$$

4º) El rotor equivale a un circuito formado por; una reactancia $\mathbf{X_2}$, en serie con una resistencia variable $\mathbf{R_2/g}$, conectados ambos elementos en serie a una tensión $\mathbf{E_2}$. La resistencia del rotor, cuando el motor está en movimiento, la podemos descomponer en dos: una de valor constante, que se corresponde con el motor en reposo y cuyo valor es $\mathbf{R_2}$, y otra variable de valor $\mathbf{R_c}$, que se suma a la anterior. Por tanto, se tiene:

$$\frac{R_2}{g} = R_2 + R_c \tag{7.5}$$

Despejando $\mathbf{R_c}$ de (7.5), tenemos:

$$R_c = R_2.(\frac{1 - g}{g}) \tag{7.6}$$

La resistencia variable reducida al primario $\mathbf{R'_c}$ se obtiene por medio de la expresión:

$$R'_c = r^2.R_c = r^2.R_2.(\frac{1 - g}{g}) \tag{7.7}$$

Cuyo valor es:

$$R'_c = 2^2.0{,}1.(\frac{1 - 0{,}02}{0{,}02}) = 19{,}6\ \Omega \tag{7.8}$$

5º) El circuito del motor en Γ, referido al primario es:

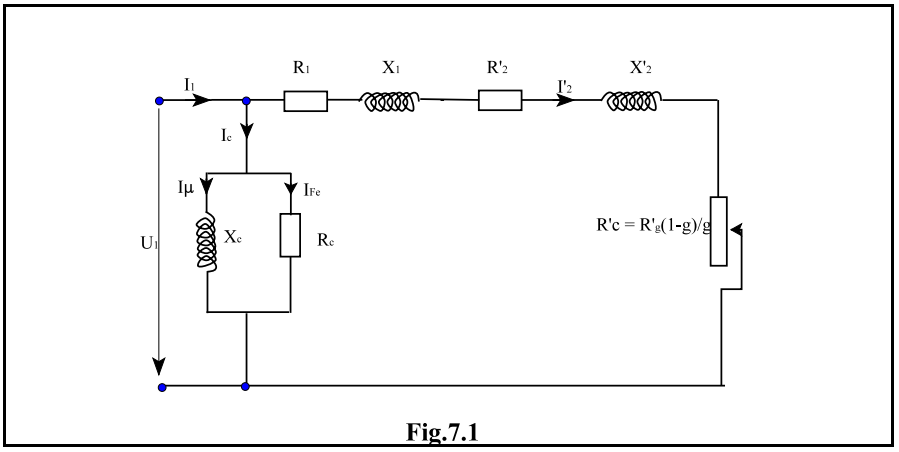


Fig.7.1

Si se desprecia $\mathbf{I_c}$ frente a I_1, cosa que puede hacerse en el régimen de plena carga, la ecuación del circuito es:

$$\overline{U_1} = \overline{I_1}.R_1 + j.\overline{I_1}.X_1 + \overline{I_1}.R'_2 + j.\overline{I_1}.X'_2 + \overline{I_2}.R'_c = \overline{I_1}[R_1 + R'_2 + R'_c + j.(X_1 + X'_2)] \quad (7.9)$$

De la expresión (7.9) se deduce que el módulo de la intensidad I_1 es:

$$I_1 = \frac{U_1}{\sqrt{(R_1 + R'_2 + R'_c)^2 + (X_1^2 + X'^2_2)}} \quad (7.10)$$

Siendo $\mathbf{U_1}$ la tensión que alimenta las bobinas del estator, que por estar conectado en estrella, será la tensión simple o estrellada.

$$U_1 = \frac{V_1}{\sqrt{3}} \quad (7.11)$$

Sustituyendo (7.11) en (7.10), resulta:

$$I_1 = \frac{\frac{U_1}{\sqrt{3}}}{\sqrt{(R_1 + R'_2 + R'_c)^2 + (X_1^2 + X'^2_2)}} \quad (7.12)$$

Finalmente, sustituyendo en (7.12) los datos, resulta:

$$I_1 = \frac{\frac{380}{\sqrt{3}}}{\sqrt{(0,6 + 0,4 + 19,6)^2 + (3 + 3,2)^2}} = 10,2\ A \qquad (7.13)$$

6º) La potencia de salida es:

$$P_u = 3.R'_c.I'^2_2 \qquad (7.14)$$

Cuyo valor es:

$$P_u = 3.19,6.10,2^2 = 6117,55\ W \qquad (7.15)$$

Problema nº 8

Un motor trifásico, conectado en estrella (Y) a una tensión de 380 V, tiene un consumo en vacío de 300 W, absorbiendo una intensidad de 5 A.

Suponiendo que las pérdidas por rozamiento y ventilación sean 100 W, se pide:

1º) Valor de la resistencia equivalente de las pérdidas en el hierro.
2º) Valor de la reactancia equivalente al flujo de dispersión.

Solución:

1º) El esquema en **T** del motor es:

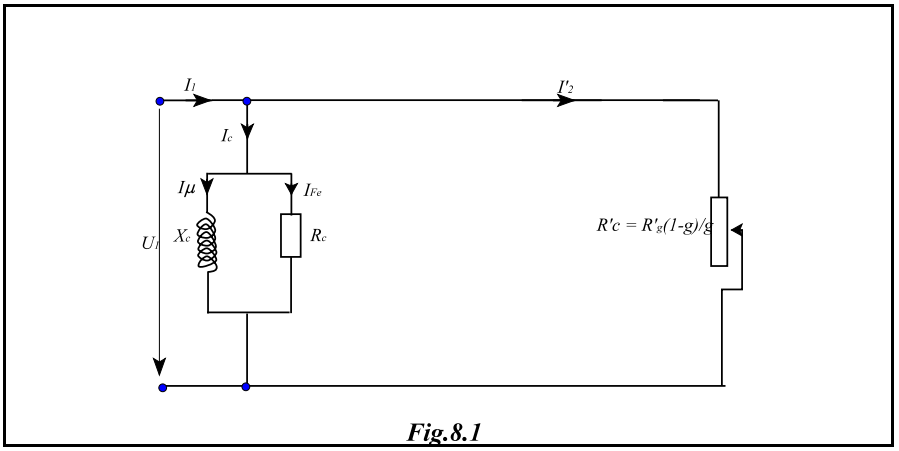


Fig.8.1

La potencia de vacío se consume en $\mathbf{R'_c}$ y para cada circuito monofásico será, $P_2 = 100/3$ W.

De acuerdo con lo anterior la intensidad $\mathbf{I'_2}$ valdrá:

$$P_2 = U_1 . I'_2$$

$$I'_2 = \frac{P_2}{U_1} \qquad (8.1)$$

La tensión $\mathbf{U_1}$ es la tensión simple o estrellada, cuyo valor es:

$$U_1 = \frac{380}{\sqrt{3}} \qquad (8.2)$$

Sustituyendo los datos en (8.1) se tiene:

$$I'_2 = \frac{\frac{100}{3}}{\frac{380}{\sqrt{3}}} = 0{,}15\ A \qquad (8.3)$$

Del circuito en T se tiene la ecuación:

$$\overline{I_1} = \overline{I'_2} + \overline{I_c} \qquad (8.4)$$

La representación vectorial de las tensiones e intensidades del circuito está reflejada en la Fig.8.2.

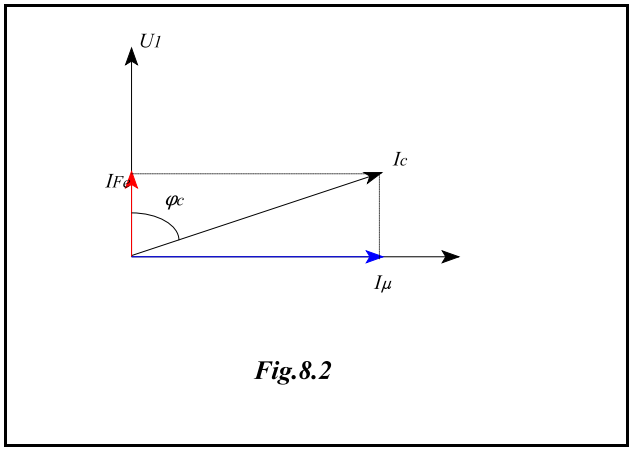


Fig.8.2

El valor de **cos** φ_c se obtiene la expresión:

$$P_c = U_1 I_c . \cos\varphi_c$$

$$\cos\varphi_c = \frac{P_c}{U_1 I_c} \qquad (8.5)$$

El valor de $\mathbf{P_c}$ es 300/3 = 100 W, ya que se trata de la potencia consumida en cada uno de los circuitos monofásicos en que se descompone el receptor trifásico.

Sustituyendo los valores en (8.5), resulta:

$$\cos\varphi_c = \frac{100}{\frac{380}{\sqrt{3}}.5} = 0{,}09A \quad (\varphi_c = 84{,}77^{\circ}) \tag{8.6}$$

La componente magnetizante de $\mathbf{I_c}$ valdrá:

$$I_{\mu} = I_c.sen\varphi_c$$

$$I_{\mu} = 5.sen84{,}77^{\circ} = 4{,}98A \tag{8.7}$$

La componente activa de $\mathbf{I_c}$ valdrá:

$$I_{Fe} = I_c.\cos\varphi_c$$

$$I_{Fe} = 5.\cos 84{,}77^{\circ} = 0{,}46A \tag{8.8}$$

En consecuencia, la resistencia $\mathbf{R_c}$ valdrá:

$$R_c = \frac{U_1}{I_{Fe}}$$

$$R_c = \frac{\frac{380}{\sqrt{3}}}{0{,}46} = 476{,}94\Omega \tag{8.9}$$

2º) La reactancia equivalente al flujo de dispersión $\mathbf{X_1}$ valdrá:

$$X_c = \frac{U_1}{I_{\mu}}$$

$$R_c = \frac{\frac{380}{\sqrt{3}}}{4{,}98} = 44{,}05\Omega \tag{8.10}$$

Problema nº 9

Un motor trifásico asíncrono de 20 CV de potencia, gira a 1410 r.p.m. y tiene 2 pares de polos. El motor se encuentra conectado a una línea trifásica de frecuencia 50 Hz.

El motor tiene unas pérdidas por rozamiento y ventilación de 750 W, y una pérdidas en el hierro de 1100 W.

Suponiendo que se desprecien las pérdidas en el cobre en el estator, se pide:

Calcular el rendimiento del motor.

Solución:

El rendimiento del motor está dada por la siguiente expresión:

$$\eta = \frac{P_u}{P_{ab}}.100 \qquad (9.1)$$

Donde:

P_u = Potencia útil (cedida por el rótor).

P_{ab}= Potencia absorbida por el motor de la línea.

De acuerdo con los datos del enunciado los valores de las potencias son:

$$P_u = 20.736 = 14720\ W \qquad (9.2)$$

$$P_{ab} = P_u + P_r + P_{Cue} + P_{Fe} + P_{Cur} \qquad (9.3)$$

Donde:

P_r = Pérdida de potencia por rozamientos y ventilación.
P_{cue} = Pérdida de potencia por Joule, en el estator.
P_{cur} = Pérdida de potencia por Joule, en el rotor.
P_{Fe} = Pérdidas por histéresis y corrientes de Foucalut.

Cuyos valores son:

P_r = 750 w
P_{cue} = 0 w
P_{Fe} = 1100 w

Las pérdidas en el cobre en el rotor se calculan a partir de la ecuación:

$$\frac{P_2}{P_{Cur}} = \frac{I_2^2.R_2.(\frac{1}{g}-1)}{I_2^2.R_2} = \frac{(1 - g)}{g} \qquad (9.4)$$

El deslizamiento, de acuerdo con los datos del enunciado es:

$$N_1 = \frac{f_1}{p}$$

$$N_1 = \frac{50}{2} = 25\ r.p.s. = 25.60 = 1500\ r.p.m.$$

$$g = \frac{1500 - 1410}{1500}.100 = 6\ \% \qquad (9.5)$$

Sustituyendo (9.5) en (9.4) resulta:

$$P_{Cur} = P_2.\frac{g}{1 - g}$$

$$P_{Cur} = [14720 + 750].\frac{0,06}{1 - 0,06} = 987,4\ w \qquad (9.6)$$

Sustituyendo los valores en (9.1), se obtiene:

$$\eta = \frac{14720}{(14720 + 750 + 1100 + 987,4)}.100 = 83,8\ \% \qquad (9.7)$$

Problema nº 10

Un motor trifásico asíncrono tiene una potencia de entrada de 60 kW. El motor tiene 3 pares de polos, y está conectado a una línea trifásica de 50 Hz. Las pérdidas en el estator son 1500 W, y las pérdidas por rozamiento y ventilación son 2000 W.

Cuando el motor gira a 980 r.p.m, se pide:

1º) Potencia útil.
2º) Rendimiento total.

Solución:

1º) La potencia útil del motor se puede expresar de la forma:

$$P_u = P_{ab} - P_{Cur} - P_{Cue} - P_r \qquad (10.1)$$

Donde:

P_{ab} = Potencia absorbida por el estator (entrada en el motor).
P_u = Potencia útil.
P_{Cur} = Potencia disipada en el cobre en el rotor.
P_{Cue} = Potencia disipada en el cobre en el estator.
P_r = Potencia disipada por rozamiento y ventilación.

Por otra parte se verifica:

$$P_{Cur} = P_2 \cdot g \qquad (10.2)$$

Siendo:

P_2 = Potencia de entrada en el rotor.
g = Deslizamiento.

El deslizamiento está dado por la expresión:

$$g = \frac{N_1 - N_2}{N_1}.100 \qquad (10.3)$$

Los valores de N_1 y N_2, son:

$$N_1 = \frac{f_1}{p}$$

$$N_1 = \frac{50}{3}\ r.p.s = \frac{50.60}{3} = 1000\ r.p.m.$$

$$N_2 = 980\ r.p.m. \tag{10.4}$$

Sustituyendo (10.4) en (10.3), resulta:

$$g = \frac{1000 - 980}{1000}.100 = 2\ \% \tag{10.5}$$

La potencia de entrada en el rotor, es:

$$P_2 = 60000 - 1500 = 58500\ W \tag{10.6}$$

Por tanto, las pérdidas en el cobre en el rotor son:

$$P_{Cur} = 58500.0{,}02 = 1170\ W \tag{10.7}$$

Finalmente la potencia de salida, es:

$$P_u = 60000 - 1500 - 1170 - 2000 = 55330\ W \tag{10.8}$$

2º) El rendimiento se obtiene dividiendo (10.8) por la potencia absorbida,

$$\eta = \frac{55330}{60000}.100 = 92{,}21\ \% \tag{10.8}$$

Problema nº 11

Se tiene un motor trifásico conectado en estrella (Y) de 1500 CV, con 4 pares de polos. Se conecta a una línea trifásica de 6600 V.

Se realizan los siguientes ensayos:

a) Vacío: Conectado a la tensión nominal, toma una intensidad de 45 A, absorbiendo una potencia de 50000 W.

b) Vacío y rotor bloqueado: Conectado a una tensión de 1400 V, absorbiendo una potencia de 55000 W, y tomando una intensidad de 85 A.

Si se supone que las pérdidas por rozamiento y ventilación son 18000 W, y se verifica que:

$$R_1 = R'_2 \;\; y \;\; X_1 = X'_2$$

Se pide:

1º) Circuito eléctrico equivalente.
2º) Deslizamiento para el régimen de plena carga.
3º) Rendimiento total a plena carga.

Solución:

1º) El esquema en **T** del motor es el que se indica en la Fig. 10.1

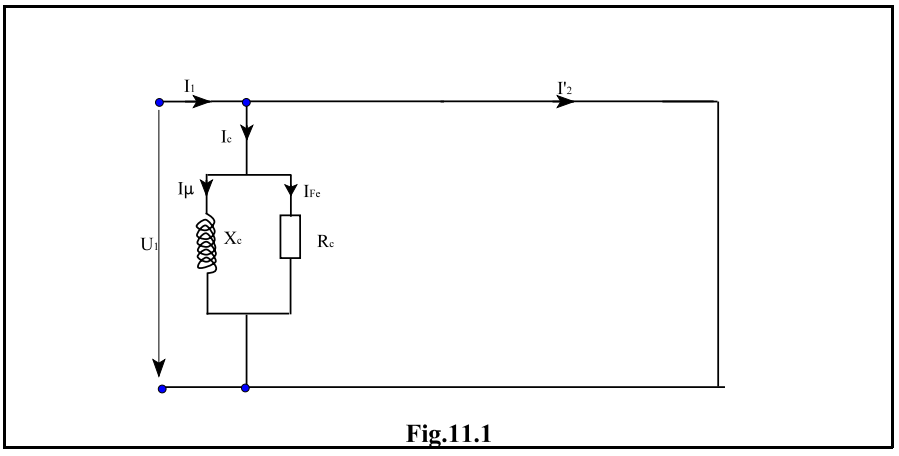


Fig.11.1

La potencia que absorbe, por fase, el motor en vacío, es:

$$P_1 = U_1 I_1 . \cos\varphi_1 \tag{11.1}$$

En consecuencia, el factor de potencia en este régimen, es:

$$\cos\varphi_1 = \frac{\frac{50000}{3}}{\frac{6600}{\sqrt{3}}.45} = 0{,}097 \tag{11.2}$$

$$\varphi_1 = 84{,}42^{\circ}$$

En el circuito de la Fig.11.1 se verifica:

$$\overline{I_1} = \overline{I_c} + \overline{I'_2} \tag{11.3}$$

Por tanto:

$$I_1 \angle \varphi_1 = I_c \angle \varphi_c + I'_2 \angle 0^{\circ} \tag{11.4}$$

Luego:

$$\begin{aligned} I_1 . \cos\varphi_1 &= I_c . \cos\varphi_c + I'_2 \\ I_1 . sen\varphi_1 &= I_c . sen\varphi_c \end{aligned} \tag{11.5}$$

Ahora bien, sabemos que se verifica:

$$\begin{aligned} I_1 . \cos\varphi_1 &= I_{Fe} + I'_2 \\ I_1 . sen\varphi_1 &= I_{\mu} \end{aligned} \tag{11.6}$$

De acuerdo con los datos del enunciado y de (11.2), se tiene:

$$\begin{aligned} 45.\cos 84{,}42^{\circ} &= I_{Fe} + I'_2 \\ 45.sen 84{,}42^{\circ} &= I_{\mu} \end{aligned} \qquad (11.7)$$

El valor de $\mathbf{I}'_2$ se puede obtener a partir de las pérdidas por rozamiento (que son las únicas que en este caso cede el rotor). Por tanto, las pérdidas por fases, son:

$$\frac{P_r}{3} = U_1 . I'_2 \qquad (11.9)$$

$$I'_2 = \frac{\frac{P_r}{3}}{U_1} \qquad (11.10)$$

Sustituyendo los valores en (11.10), resulta:

$$I'_2 = \frac{\frac{18000}{3}}{\frac{6600}{\sqrt{3}}} = 1{,}57\ A \qquad (11.11)$$

De acuerdo con (11.7) se obtiene:

$$\begin{aligned} I_{Fe} &= 45.\cos\ 84{,}42^{\circ} - 1{,}57 = 2{,}81\ A \\ I_{\mu} &= 45.sen\ 84{,}42^{\circ} = 44{,}79\ A \end{aligned} \qquad (11.12)$$

En consecuencia, los valores R_c y X_c son:

$$R_c = \frac{\frac{6600}{\sqrt{3}}}{2{,}81} = 1356\ \Omega$$

$$X_c = \frac{\frac{6600}{\sqrt{3}}}{44{,}79} = 85\ \Omega \qquad (11.13)$$

Los valores $\mathbf{R_1}$ y $\mathbf{X_1}$ se calculan a partir del ensayo con el rotor bloqueado. En este caso, el deslizamiento vale la unidad, y la intensidad del vacío $\mathbf{I_c}$ se considera despreciable frente a la corriente en el rotor. El circuito equivalente se representa en la Fig.11.2.

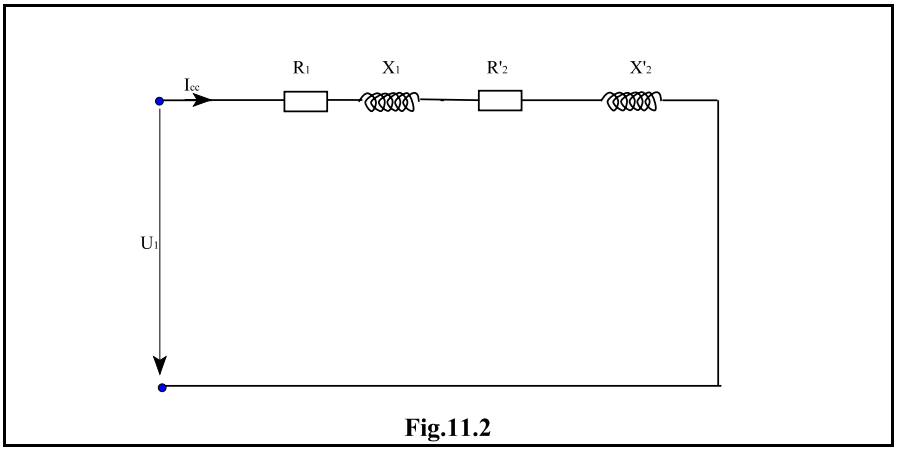


Fig.11.2

Donde:

R_1 = Resistencia del estator.
X_1 = Reactancia del estator.
R'_2 = Resistencia del rotor.
X'_2 = Reactancia del rotor.

La ecuación del circuito de la Fig.11.2 es:

$$\overline{U_1} = \overline{I_{cc}}.R_1 + \overline{I_{cc}}.jX_1 + \overline{I_{cc}}.R'_2 + \overline{I_{cc}}.jX'_2$$

$$\overline{U_1} = \overline{I_{cc}}[(R_1 + R'_2) + j.(X_1 + X'_2)] \qquad (11.14)$$

El diagrama de la Fig.11.3 se corresponde con la ecuación (11.14).

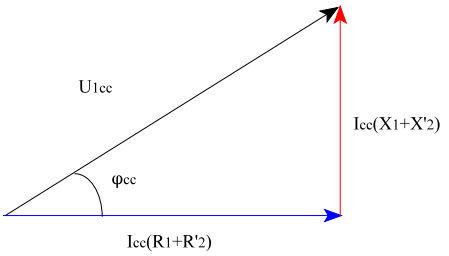


Fig.11.3

El ángulo φ_{cc} se puede calcular a partir de la potencia absorbida, por cada fase, en este régimen.

$$P_{cc} = U_{1cc}.I_{1cc}.\cos\varphi_{cc} \tag{11.15}$$

$$\cos\varphi_{cc} = \frac{P_{cc}}{U_{1cc}.I_{1cc}} \tag{11.16}$$

Substituyendo los datos en (11.16) se tiene:

$$\cos\varphi_{cc} = \frac{\frac{55000}{3}}{\frac{1400}{\sqrt{3}}.85} = 0{,}266$$

$$\varphi_{cc} = 74{,}52^{o} \tag{11.17}$$

La impedancia Z_{cc} se obtiene a partir de la expresión:

$$Z_{cc} = \frac{U_{1cc}}{I_{1cc}} \tag{11.18}$$

Cuyo valor es:

$$Z_{cc} = \frac{\frac{1400}{\sqrt{3}}}{85} = 9{,}51\,\Omega \qquad (11.19)$$

Las resistencias y reactancias del circuito de la Fig.11.2 son:

$$\begin{aligned} R_1 + m^2.R'_2 &= Z_c.\cos\varphi_{cc} \\ X_1 + m^2.X'_2 &= Z_c.sen\varphi_{cc} \end{aligned} \qquad (11.20)$$

Pero como:

$$R_1 = R'_2$$

$$X_1 = X'_2$$

según se indica en el enunciado, resulta:

$$2.R_1 = Z_{cc}.\cos\varphi_{cc}$$

$$2.X_1 = Z_{cc}.sen\varphi_{cc}$$

O bien:

$$\begin{aligned} R_1 &= \frac{Z_{cc}}{2}.\cos\varphi_{cc} \\ X_1 &= \frac{Z_{cc}}{2}.sen\varphi_{cc} \end{aligned} \qquad (11.21)$$

Cuyos valores son:

$$R_1 = \frac{9,51}{2}.\cos 74,52^\circ = 1,27\ \Omega$$
$$X_1 = \frac{9,51}{2}.sen\,74,52^\circ = 4,54\ \Omega \qquad (11.22)$$

2º) El circuito equivalente al funcionamiento en *plena carga* se representa en la Fig.11.4 (Circuito en T).

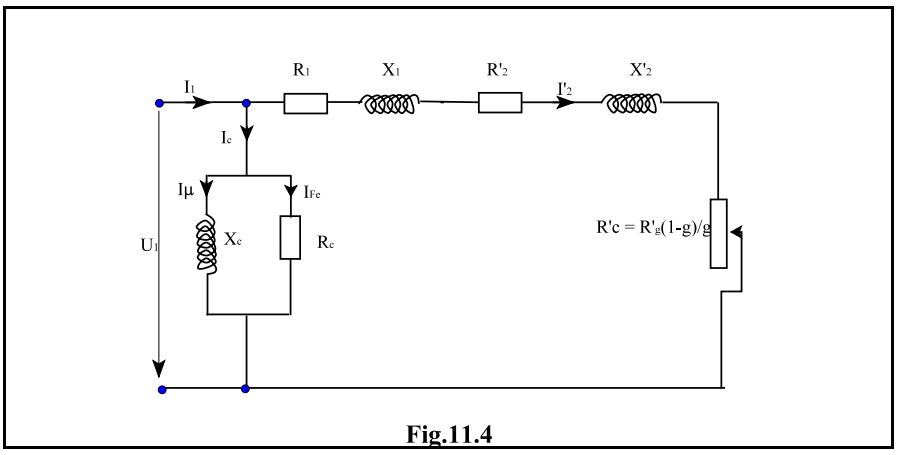


Fig.11.4

Donde:

$R_1 = 1,27\ \Omega$ $\quad$ $R'_2 = 1,27\ \Omega$
$X_1 = 4,58\ \Omega$ $\quad$ $X'_2 = 4,58\ \Omega$

$$U_1 = \frac{6600}{\sqrt{3}}\ V \qquad R'_c = 1,27.(\frac{1}{g} - 1)\ \Omega$$

La potencia total que cede el rotor es:

$$P_2 = P_u + P_r \qquad (11.23)$$

Donde:

P_u = Potencia útil.
P_r = Potencia disipada por rozamientos y ventilación.

Por tanto, el valor de $\mathbf{P_2}$ es:

$$P_2 = 1500.736 + 18000 = 1122000 \text{ W}$$

En el circuito de la Fig.11.4 se verifica:

$$\overline{U_1} = \overline{I'_2}.[(R_1 + R'_2 + R'_c) + j.(X_1 + X'_2)] \qquad (11.24)$$

Despejando $\mathbf{I'}_2$ se tiene:

$$\overline{I'_2} = \frac{\overline{U_1}}{(R_1 + R'_2 + R'_c) + j.(X_1 + X'_2)} \qquad (11.25)$$

El módulo de la intensidad $\mathbf{I'}_2$ es:

$$I'_2 = \frac{U_1}{\sqrt{[(2.R_1 + R_1(\frac{1}{g} - 1)]^2 + (2X_1)^2}} \qquad (11.26)$$

O bien:

$$I'_2 = \frac{U_1}{\sqrt{[R_1(\frac{1}{g} + 1)]^2 + (2X_1)^2}} \qquad (11.27)$$

El valor de $\mathbf{I'}_2$ se obtiene sustituyendo los datos en la ecuación (11.17) y resulta:

$$I'_2 = \frac{\frac{6600}{\sqrt{3}}}{\sqrt{[1{,}27(\frac{1}{g} + 1)]^2 + (2.4{,}58)^2}} \qquad (11.28)$$

Pero sabemos que se cumple:

$$P_2 = 3.R'_2.(\frac{1}{g} - 1).I'^2_2 \qquad (11.29)$$

Sustituyendo (11.28) en (11.29), resulta:

$$1122000 = 3.1,27.(\frac{1}{g} - 1)\frac{\frac{6600^2}{3}}{[1,27(\frac{1}{g} + 1)]^2 + (2.4,58)^2} \qquad (11.30)$$

Operando, resulta:

$$g = 0,03958 \quad (3,96\ \%)$$

3º) El valor de la intensidad $\mathbf{I'}_2$ es:

$$I'_2 = \frac{\frac{6600}{\sqrt{3}}}{\sqrt{[1,27(\frac{1}{0,0396} + 1)]^2 + (2.4,58)^2)}} = 110,17\ A \qquad (11.31)$$

En este caso la corriente que entra en el estator tiene que cumplir la ecuación:

$$\overline{I_1} = \overline{I_c} + \overline{I'_2} \qquad (11.32)$$

Tomando $\mathbf{U}_1$ como origen de fases, $\mathbf{I'}_2$ irá retrasada un ángulo φ_2:

$$\varphi_2 = \text{arc}\,tang\ \frac{2.4,58}{1,27.(\frac{1}{0,0396} + 1)} = 15,362^o \qquad (11.33)$$

El valor de $\mathbf{I}_c$ de acuerdo con (11.12) es:

$$\overline{I_c} = 2{,}81 - j.44{,}79 = 44{,}88\angle -86{,}41^\circ \qquad (11.34)$$

Luego si en (11.32) sustituimos $\mathbf{I}'_2$ e $\mathbf{I}_c$ resulta:

$$\overline{I_1} = 110{,}17\angle -15{,}362^\circ + 44{,}79\angle -86{,}41^\circ = 131{,}71\angle -34{,}12^\circ \qquad (11.35)$$

En consecuencia la potencia absorbida es:

$$P_1 = \sqrt{3}.6600.131{,}71.\cos(-34{,}12^\circ) = 1246472{,}3\ W$$

El rendimiento, es:

$$\eta = \frac{1500.736}{1246472{,}3}.100 = 88{,}57\ \% \qquad (11.36)$$

Problema nº 12

Un motor trifásico asíncrono, conectado en estrella (Y) tiene una potencia útil de 20 kW, y una velocidad de salida de 1410 r.p.m. El motor es alimentado por un alternador que se encuentra situado a 250 m, mediante la utilización de conductores de cobre ($\rho = 1{,}8.10^{-8}\ \Omega.m$) de 25 mm^2 de sección.

La tensión que alimenta el motor es 220 V y la frecuencia 50 Hz, siendo la tensión de salida del alternador 250 V. La intensidad que circula por cada fase es 65 A .

Un vatímetro conectado entre fase y neutro, a la entrada del motor, marca 7 kW. En estas condiciones se pide:

1º) Valor del par motor, (C).
2º) Número de pares de polos, (p).
3º) Deslizamiento del motor, (g).
4º) Factor de potencia del motor, (cos φ).
5º) Rendimiento total del motor, (η).
6º) Reactancia de la línea que alimenta al motor, (X_L)

Solución:

1º) El par motor, a partir de la potencia de salida del motor, se expresa de la forma:

$$P_u = 2.\pi.C.N_2 \qquad (12.1)$$

$$C = \frac{P_u}{2.\pi.N_2}$$

Donde:

P_u = Potencia útil (W).
C = Par de salida del motor (N.m).
N_2 = Velocidad del rotor (r.p.s).

El valor del par, es:

$$C = \frac{20000}{2.\pi.\frac{1410}{60}} = 135{,}45\ N.m \qquad (12.2)$$

2º) Por otra parte, sabemos que $f_1 = p.N_1$, pero si N_1 se expresa en r.p.m., el valor de la velocidad del estator será $N_1 = \frac{60.50}{p}$ r.p.s. Ahora bien, **p** tiene que ser el menor número entero que haga que la velocidad del estator sea la más próxima a la del rotor (N_2), por tanto, p = 2, y en consecuencia:

$$N_1 = \frac{60.50}{2} = 1500\ rpm \tag{12.3}$$

3º) El deslizamiento se determina por la expresión:

$$g = \frac{N_1 - N_2}{N_1}.100 \tag{12.4}$$

Sustituyendo los valores en (12.4), resulta:

$$g = \frac{1500 - 1410}{1500}.100 = 6\% \tag{12.5}$$

4º) Para el cálculo del factor de potencia, hay que tener en cuenta que la potencia que absorbe el motor, por cada fase, es:

$$P_{ab} = U'.I.\cos\varphi \tag{12.6}$$

De la expresión (12.6) se deduce, que el factor de potencia es:

$$\cos\varphi = \frac{7000}{\frac{220}{\sqrt{3}}.65} = 0{,}8478 \tag{12.7}$$

$$\varphi = 31{,}79^{o}$$

5º) El rendimiento total del motor es el cociente entre la potencia útil y la absorbida:

$$\eta = \frac{P_u}{P_{ab}}.100 \tag{12.8}$$

Sustituyendo los valores en (12.8), resulta:

$$\eta = \frac{20000}{3.7000}.100 = 95{,}23\% \qquad (12.9)$$

6º) La diferencia de tensiones en la línea está definida por la expresión[1]:

$$\delta = U_1 - U_2 = 250 - 220 = \sqrt{3}.I.(R_L.\cos\varphi + X_L.sen\varphi) \qquad (12.10)$$

El valor de la resistencia es:

$$R_L = 0{,}018.\frac{250}{25} = 0{,}18\ \Omega \qquad (12.11)$$

Sustituyendo los datos en (12.10) y operando resulta:

$$X_L = \frac{\frac{250 - 220}{\sqrt{3}.65} - 0{,}18.0{,}8478}{0{,}5268} = 0{,}2154\ \Omega \qquad (12.12)$$

[1]Ver Electrotecnia General (Tema 23: Cálculo Eléctrico de Líneas) Prf. Dr. José Andrés Sancho Llerandi

Problema nº 13

Un motor trifásico conectado en estrella (Y) a 220 V y 50 Hz, tiene 3 pares de polos. La resistencia y reactancia del estator son: 0,3 y 0,6 Ω, respectivamente, y la resistencia y reactancia del rotor, referidas al estator, son: 0,15 y 0,2 Ω, respectivamente. Suponiendo; que X_c valga 14 Ω, que las pérdidas por rozamiento y ventilación sean 450 W, y que el deslizamiento sea el 6%, se pide:

1º) Velocidad del rotor.
2º) Potencia de salida del motor.
3º) Par útil.
4º) Rendimiento del motor a la tensión nominal.

Solución:

1º) La velocidad del estator es: $N_1 = \frac{60.50}{3} = 1500 r.p.m$, por tanto la velocidad del rotor será:

$N_2 = 1500.(1 - 0{,}06) = 1410 r.p.m.$

El circuito en Γ equivalente del motor en carga es:

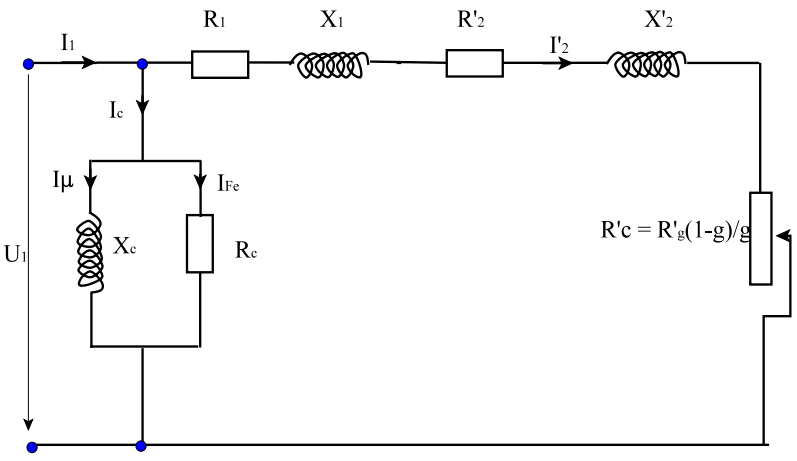


Fig.13.1

Donde:

$U_1 = \frac{220}{\sqrt{3}} = 127 V$ y $R'_2.(\frac{1}{g} - 1) = 0{,}15.(\frac{1}{0}{,}06 - 1) = 2{,}35 \Omega$

Del circuito de la Fig.13.1, resulta:

$$I'_2 = \frac{127}{\sqrt{(0,3 + 0,15 + 2,35)^2 + (0,6 + 0,2)^2}} = 43,61\ A \qquad (13.1)$$

2º) La potencia, por fase, que se transforma en mecánica, es:

$$P'_2 = P'_u + P'_r \qquad (13.2)$$

Cuyo valor es:

$$P'_2 = 2,35.43,61^2 = 4469,71\ W \qquad (13.3)$$

Para las tres fases será:

$$P_2 = 3.4469,71 = 13409,13\ W \qquad (13.4)$$

Por tanto, la potencia útil total será:

$$P_u = 13409,13 - 450 = 12959,13\ W \qquad (13.5)$$

3º) El par útil es:

$$C = \frac{P_u}{2.\pi.N_2}$$

$$C = \frac{12959,13}{2.\pi.\frac{1410}{60}} = 87,76\ N.m \qquad (13.6)$$

4º) El rendimiento total del motor está dado por la expresión:

$$\eta = \frac{P_u}{P_2} \qquad (13.7)$$

Sustituyendo los valores en (13.7) se obtiene:

$$\eta = \frac{P_u}{P_1}$$

Siendo $P_1 = 3.U_1.I_1.\cos\varphi_1$ e $\overline{I_1} = \overline{I_c} + \overline{I'_2}$

En la expresión anterior podemos hacer una aproximación que consiste en despreciar I_{Fe} frente a I_μ , con lo que $I_c = I_\mu$ y su valor es . $I_\mu = \frac{U_1}{X_c} = \frac{127}{14} = 9{,}07A$

Tomando $\mathbf{U}_1$ como origen de fases, se puede construir el siguiente diagrama de tensiones e intensidades:

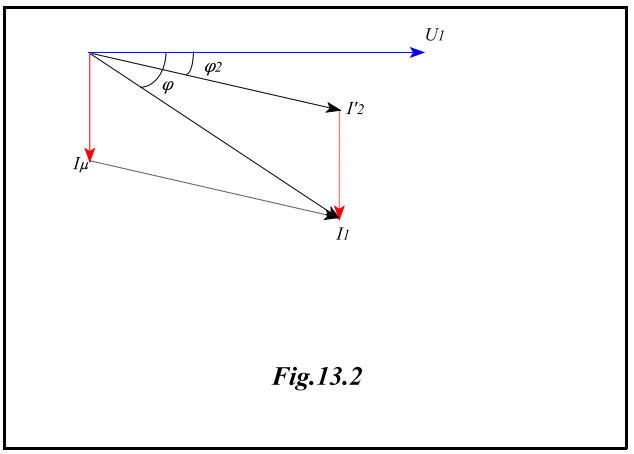


Fig.13.2

El desfase φ_2 se calcula mediante la expresión:

$$tang\varphi_2 = \frac{X_1 + X'_2}{R_1 + R'_2 + R'_c} \qquad (13.8)$$

Sustituyendo los valores en (13.8), resulta:

$$tang\varphi_2 = \frac{0,6 + 0,2}{0,3 + 0,15 + 2,35} = 0,286 \qquad (13.9)$$

En consecuencia la intensidad $\mathbf{I}_1$ es:

$$\overline{I_1} = 9,07\angle -90^o + 43,61\angle -15,95^o = 46,92\angle -26,66^o \qquad (13.10)$$

La potencia que entra en el estator, es:

$$P_1 = 3.127.46,92.\cos 0,894 = 15975,74\,W \qquad (13.11)$$

Sustituyendo (13.5) y (13.11) en (13.7), resulta:

$$\eta = 12959,\frac{13}{15975},74.100 = 81,11\% \qquad (13.12)$$

Problema nº 14

Un motor asíncrono de 2 pares de polos, con rotor bobinado, gira a 1410 r.p.m. y se encuentra conectado a una línea trifásica de 50 Hz.

El motor, cuando funciona a plena carga, suministra una potencia de 25 kW, y el rotor es recorrido por una corriente de 35 A.

Suponiendo que las pérdidas por rozamiento y ventilación sean 1750 W, y que el dispositivo en cortocircuito produce una pérdida de potencia de 300 W, se pide:

Calcular la resistencia, para cada fase, del devanado trifásico del rotor.

Solución:

La potencia $\mathbf{P'_2}$ es:

$$P'_2 = P_r + P_u \qquad (14.1)$$

Siendo:

P_u = Potencia útil.
P'_2 = Pérdidas por rozamiento y ventilación.

La expresión (14.1) se puede poner de la forma:

$$P'_2 = I'^2_2 . R'_2 . \left(\frac{1}{g} - 1\right) \qquad (14.2)$$

Igualando (14.1) y (14.2) resulta:

$$P_r + P_u = I'^2_2 . R'_2 . \left(\frac{1}{g} - 1\right) \qquad (14.3)$$

De la expresión (14.3) podemos obtener las pérdidas en el cobre (pérdidas por Joule):

$$P_{rCu} = I'^2_2 . R'_2 = \frac{P_u + P_r}{\left(\frac{1}{g} - 1\right)} \qquad (14.4)$$

Para determinar el valor de (14.4) es preciso conocer el deslizamiento:

$$g = \frac{N_1 - N_2}{N_1}.100 \tag{14.5}$$

Ahora bien:

$$N_1 = \frac{f_1}{p} \tag{14.6}$$

$$N_1 = \frac{50.60}{2} = 1500 r.p.m. \tag{14.7}$$

En consecuencia:

$$g = \frac{1500 - 1410}{1500}.100 = 6\% \tag{14.8}$$

Sustituyendo los valores en (14.4) se tiene:

$$P_{rCu} = \frac{25000 + 1750}{(\frac{1}{0,06} - 1)} = 1707,44 W \tag{14.9}$$

En (14.9) van incluida las pérdidas en la resistencia del rotor y en cortocircuito, en consecuencia, las pérdidas en el propio rotor serán:

$$P_{rótor} = I'^2_2.(R'^2_2 + R_{cc}) = I'^2_2.R'_2 + I'^2_2.R'_{cc} \tag{14.10}$$

Pero según el enunciado:

$$\begin{aligned} I'^2_2.R'_{cc} &= 300\ W \\ I'_2 &= 35 A \end{aligned} \tag{14.11}$$

Despejando de (14.10) $\mathbf{R_{cc}}$ se tiene:

$$R_{cc} = \frac{P_{rótor} - I'^{2}_{2}.R'_{2}}{I'^{2}_{2}} \qquad (14.12)$$

Sustituyendo los datos en (14.12) resulta:

$$R_{cc} = \frac{1707,44 - 300}{35^{2}} = 1,15\,\Omega \qquad (14.13)$$