TEMA 5

INTENSIDAD Y RESISTENCIA

5.1. INTENSIDAD

Se denomina *corriente eléctrica,* el movimiento de cargas en un conductor cuando se mantiene un campo eléctrico dentro del mismo. De acuerdo con la naturaleza del campo, así será la corriente:

✏ Si el campo tiene siempre el mismo sentido, la corriente se denomina *continua.*
✏ Si el campo se invierte periódicamente, la corriente se denomina *alterna.*

Las cargas negativas experimentan una fuerza en sentido contrario al campo.

En un tiempo infinitesimal **dt,** el número de cargas negativas elementales (electrones) que cruzan la superficie oscura (Fig.5.1), es la contenida en el volumen **dV**:

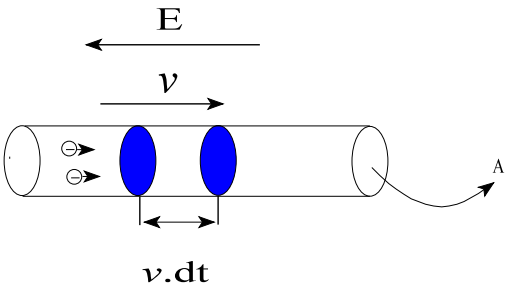


Fig.5.1

$$dV = A.v.dt$$

Donde:

A: Superficie de la sección transversal del conductor.
v : Velocidad media de las cargas en movimiento en el seno del conductor.

Suponiendo que existan **n** electrones libres (**e** carga del electrón) por unidad de volumen, la carga que atraviesa la sección **A** en un **dt**, es:

$U_{ab} > 0$

$$dq = n.e.v.A.dt$$

La cantidad de carga que cruza la sección, por unidad de tiempo, se denomina intensidad de la corriente:

$$i = \frac{dq}{dt} \qquad (5.1)$$

Por tanto:

$$i = n.e.v.A$$

La unidad en el S.I. es el **amperio**(A), que se puede definir como el paso, por la sección transversal del conductor, de un culombio por segundo[1].

El módulo de la densidad de corriente **g**, se define como la razón de la intensidad de la corriente a la sección transversal.

$$g = \frac{i}{A} = n.e.v$$

La densidad de corriente **g** es un vector, cuya dirección y sentido es el de las cargas positivas, y módulo tal que **g.dA** representa la cantidad de carga que corta la superficie **dA** en la unidad de tiempo. Por tanto:

$$i = \iint \vec{g}.d\vec{A} \qquad (5.2)$$

La integral (5.2) se extiende a la superficie transversal del conductor.

5.2. SENTIDO DE LA CORRIENTE

Se ha convenido en considerar el sentido de la corriente, el que tendría si las cargas que se desplazasen fuesen positivas. Cuando se alude al sentido real de la corriente en un conductor metálico, se utiliza el término *flujo de electrones*.

5.3. CONDUCTIVIDAD ELÉCTRICA

El movimiento de cargas puede producirse por un campo eléctrico. En un medio isótropo existe proporcionalidad entre la densidad de corriente en un punto y el campo eléctrico, siendo la constante de proporcionalidad distinta para cada sustancia.

$$\vec{g} = \sigma.\vec{E} \qquad (5.3)$$

[1]Esta no es la definición del amperio en el S.I. La definición se da a partir de la fuerza entre conductores paralelos.

Si en (5.3) reemplazamos:

$$E = -\frac{dU}{dx} \quad y \quad g = \frac{i}{A}$$

resulta

$$\frac{i}{A} = -\sigma.\frac{dU}{dx}$$

5.4. RESISTENCIA Y RESISTIVIDAD. LEY DE OHM

La expresión (5.3) representa la Ley de Ohm. En el caso de un conductor filiforme de sección **A** y longitud **l** y cuyos extremos estén sometidos potenciales $\mathbf{U_a}$ y $\mathbf{U_b}$, respectivamente, se verifica:

$$\frac{i}{A} = \sigma.(-\frac{dU}{dx}) \quad ; \quad i.dx = -A.\sigma.dU$$

Integrando:

$$\int_0^l i.dx = -A.\sigma.\int_{U_a}^{U_b} dU = A.\sigma.(U_a - U_b)$$

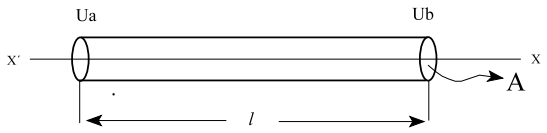


Fig.5.2

$$i.l = A.\sigma.(U_a - U_b)$$

$$i = \frac{A.\sigma}{l}.(U_a - U_b)$$

$$A.\frac{\sigma}{l} = Conductancia\ del\ hilo\ conductor$$

$$\frac{1}{Conductancia} = Resistencia = \frac{1}{\sigma}.\frac{l}{A}$$

$$\frac{1}{\sigma} = \rho = Resistividad$$

$$R = \rho.\frac{l}{A} \qquad (5.4)$$

Por último:

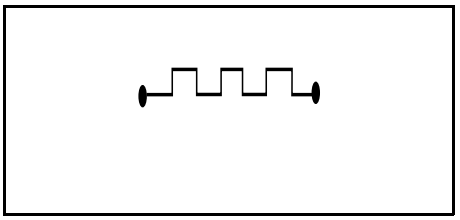
$$U_a - U_b = i.R \qquad (5.5)$$

La expresión (5.5) se conoce con el nombre de **Ley de Ohm** [2].

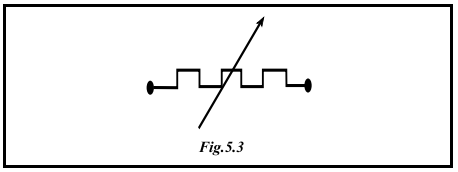
Las sustancias que cumplen la Ley de Ohm, es decir, aquellas en las que $\mathbf{U_{ab}}$ es función lineal de **i** ($R=C^{te}$), se denominan **conductores lineales,** y las demás, **conductores no lineales**.

La unidad de resistencia en el S.I. es el **ohmio** (Ω), que se define como la resistencia que existe entre dos puntos de un circuito, cuando al aplicar una diferencia de potencial de un voltio, circula una corriente de un amperio.

Las resistencias fijas se representan por el símbolo:



Las resistencias variables se denominan **reóstatos,** y se representan por el símbolo:



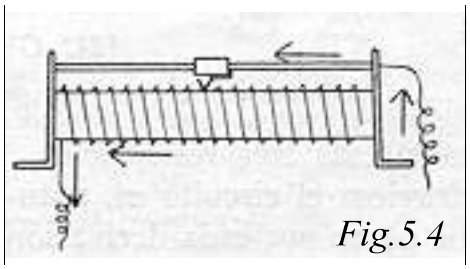


Fig. 5.4 Reóstato de cursor de los empleados en los laboratorios.

5.5. VARIACIÓN DE LA RESISTENCIA CON LA TEMPERATURA

La resistencia, según hemos visto en el apartado anterior, depende de la resistividad, longitud y sección del conductor, y no es constante, sino que varía con la temperatura.

Unidad de resistividad en el S.I. es el ohmio.metro (Ω.m). Por comodidad se puede utilizar: ohmio.metro^{-1}.milímetro^2 ($\Omega.m^{-1}.mm^2$)

[2] Jorge Simón Ohm (1787-1854) Físico alemán. Estudió en la Universidad de Earlangen y fue profesor de la Universidad de Munich. Su descubrimiento más importante es la ley que lleva su nombre. La ley tardó muchos años en ser aceptada, pero se aplica a todo tipo de conductores. La Ley de Ohm generalizada se aplica en el campo de los números complejos. Entre sus obras destacan *Die galvanische kette, mathematisch bearbeitet* (Investigación matemática del circuito eléctrico, 1827) *y Grundzüge der Physik* (Fundamentos de la Física, 1854).

La resistividad varía con:

- ☞ Tratamientos térmicos.
- ☞ Deformaciones mecánicas.
- ☞ Impurezas aleadas.
- ☞ Presión hidrostática.
- ☞ Temperatura.

La variación de la resistividad con la temperatura está definida por la expresión:

$$\rho = \rho_0 + a.t + b.t^2 + ... \qquad (5.6)$$

Siendo:

ρ_o = Resistividad a 0 ºC

a, b, ... = Constantes características de cada sustancia.

Para temperaturas no demasiado grandes, la ecuación (5.6) se puede tomar como:

$$\rho = \rho_0 + a.t \qquad (5.7)$$

La curva que relaciona la variación de la resistividad con la temperatura, de acuerdo con (5.6), está representada mediante la Fig. 5.5

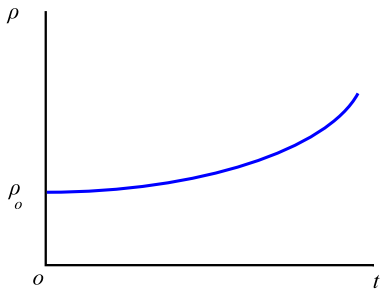


Fig.5.5

Operando (5.7), resulta:

$$\rho = \rho_0 + a.t = \rho_0 + \frac{a.\rho_0}{\rho_0}.t = \rho_0.(1 + \frac{a}{\rho_0}.t) \qquad (5.8)$$

donde:

$\frac{a}{\rho_0} = \alpha$ = Coeficiente de variación de la resistividad con la temperatura.

El coeficiente de variación de la resistencia con la temperatura, **α** , es la variación de la resistencia por unidad de la misma y por grado centígrado.

Si multiplicamos ambos miembros de (5.8) por ***l*/s**, resulta:

$$R_t = R_0.(1 + \alpha.t) \qquad (5.9)$$

Siendo:

R_o = Resistencia a 0 ºC
R_t = Resistencia a t ºC

Para la mayoría de los conductores el valor de **α** se mantiene constante e igual a **1/250**, para un intervalo de temperaturas comprendidas entre **0º** y **200ºC**.

En la práctica se determina el valor de la resistencia de un conductor, a una determinada temperatura, en función de la resistencia a **20ºC**.

$$\left.\begin{array}{l}\rho_{20} = \rho_0 + a.20 \\ \rho_t = \rho_0 + a.t\end{array}\right\} \quad \rho_t = \rho_{20} + a.(t - 20) \qquad \rho_t = \rho_{20}[1 + \frac{a}{\rho_{20}}.(t\ ;- 20)]$$

$$\frac{a}{\rho_{20}} = \beta \ ; \quad \rho_t = \rho_{20}[1 + \beta(t - 20)]$$

o bien:

$$R_t = R_{20}[1 + \beta(t - 20)] \qquad (5.10)$$

La tabla siguiente recoge los valores de la resistividad y coeficiente de temperatura de una serie de conductores.

TABLA 5.1

Resistividad y coeficientes de temperatura.

Sustancia	**ρ (ohmios x metro)**	**α (ºC^{-1})**
Plata	$1{,}47.10^{-8}$	0,0038
Cobre (comercial)	$1{,}72.10^{-8}$	0,00393
Aluminio	$2{,}36.10^{-8}$	0,0039
Hierro	10.10^{-8}	0,0050
Plomo	22.10^{-8}	0,0043
Volframio	$5{,}51.10^{-8}$	0,0045

5.6. LEY DE JOULE [3]

En el movimiento de los electrones en un conductor estos ganan energía cinética durante sus trayectorias libres entre dos choques consecutivos, y la ceden a las partículas con las que chocan.

Supongamos una parte del circuito entre **a** y **b,** por la que circula una intensidad **i** y cuyos potenciales sean $\mathbf{U_a}$ y $\mathbf{U_b}$**,** respectivamente.

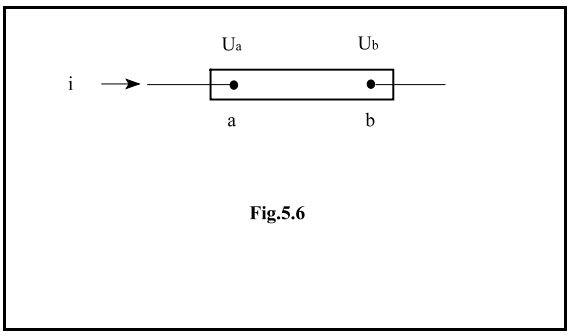


Fig.5.6

En un intervalo de tiempo **dt,** entra por **a** una carga **dq=i.dt,** y sale por **b** otra igual.

La energía que cede la carga elemental es:

$$dW = dq.(U_a - U_b) = i.dt.(U_a - U_b) \qquad (5.11)$$

La potencia suministrada es:

$$P = \frac{dW}{dt} = i.U_{ab} \qquad (5.12)$$

Si $\mathbf{U_{ab}}$ se expresa en voltios e **i** en amperios, **P** vendrá en vatios (W).

Si:

$U_{ab} > 0$ Existe una transformación de energía eléctrica en otro tipo de energía.
$U_{ab} < 0$ Existe una transformación de la energía no eléctrica en eléctrica.

Si entre **a** y **b** existe una resistencia pura, la corriente eléctrica al circular por ella libera energía en forma de calor. Esto se conoce como **Efecto Joule** [4].

Se verifica:

$$P = i.U_{ab} = i^2.R = \frac{U_{ab}^2}{R}$$

[3] James Prescott Joule (Salford, Lancashire, 1818-Sale, Chesire, 1889) Físico británico. En 1840 descubrió el *efecto Joule*, y enunció la *ley de Joule*. En 1843 calculó el equivalente mecánico del calor. En 1852, en colaboración con William Thomson (Lord Kelvin), descubrió el *efecto Joule-Thomson*. En honor a Joule se ha dado su nombre a la unidad de trabajo o energía en el sistema internacional de unidades (julio, en español).

[4] El efecto Joule puede ser favorable o no, según se quiera transformar energía eléctrica en calorífica o no. En el supuesto de conductores pertenecientes al bobinado de motores, es necesario evacuar el calor que se produce en ellos, para así evitar el calentamiento excesivo, para lograrlo es preciso ventilar las máquinas, con la consiguiente pérdida de potencia.

Sin embargo, existen numerosas aplicaciones útiles derivadas del efecto Joule. Las ventajas del calor producido por Joule explican las aplicaciones *electrotermicas* de la energía eléctrica, tales como: lámparas de incandescencia, aparatos térmicos, hornos eléctricos, etc.

Si **dH** es la cantidad de calor producida en **dt**,

$$\frac{dH}{dt} = i^2.R$$

$$dH = i^2.R.dt \qquad (5.13)$$

Considerando **i = C^{te}** e integrando (5.13), resulta:

$$H = i^2.R.t \quad (julios)$$

Teniendo en cuenta que 1 caloría <> 4,185 julios

$$H = i^2.R.t.0{,}24 \quad (calorías) \qquad (5.14)$$

5.7. ECUACIÓN QUE DEFINE LA ELEVACIÓN DE LA TEMPERATURA DE UN CONDUCTOR CILÍNDRICO RECORRIDO POR UNA CORRIENTE ELÉCTRICA.

Supongamos un conductor cilíndrico de las siguientes características:

m : Masa (kg)
R : Resistencia eléctrica (Ω)
θ : Incremento de temperatura alcanzada a partir de la temperatura ambiente (ºC)
c : Calor específico ($J.kg^{-1}.\ ºC^{-1}$)
d : Densidad ($kg.m^{-3}$)
l : Longitud (m)
A: Sección transversal (m^2)
dθ :Incremento de temperatura del conductor en el tiempo **dt** (ºC)
S : Superficie del conductor (m^2)
p : Perímetro de la sección transversal del conductor (m)

En el proceso de transformación irreversible de potencia eléctrica en calorífica por Joule, una parte de la misma se utiliza en elevar la temperatura del conductor, $\mathbf{W_1}$, y otra se disipa por radiación, convección o conducción, $\mathbf{W_2}$.

En el instante **dt**, se verifica:

$$W_1.dt = m.c.d\theta \qquad (5.15)$$

Ahora bien:

$$m = l.A.d \qquad (5.16)$$

Sustituyendo (5.16) en (5.15) resulta:

$$W_1.dt = l.A.d.c.d\theta \qquad (5.17)$$

Para calcular $\mathbf{W_2}$, se considera que la potencia disipada es proporcional a la superficie del conductor, **S**, y al incremento de temperatura, **θ** que experimenta el conductor a partir de la temperatura ambiente.

$$W_2 = K.S.\theta \qquad (5.18)$$

Siendo **K** un coeficiente de proporcionalidad.

Por ser el conductor de forma cilíndrica se verifica:

$$S = p.l \qquad (5.19)$$

En el instante **t** se tiene:

$$W = W_1 + W_2 \qquad (5.20)$$

Por tanto en un tiempo **dt**, se tendrá:

$$W.dt = W_1.dt + W_2.dt \qquad (5.21)$$

Sustituyendo (5.15) y (5.18) en (5.21), se obtiene:

$$\rho.\frac{l}{A}.i^2.dt = l.A.d.c.d\theta + K.p.l.\theta.dt \qquad (5.22)$$

Operando (5.22) se obtiene:

$$dt = \frac{A^2.d.c.d\theta}{\rho.i^2 - K.A.p.\theta} \qquad (5.23)$$

La ecuación (5.23) se puede expresar de la forma:

$$dt = \frac{X.d\theta}{Y - Z.\theta} \; ; \quad dt.\frac{Z}{X} = \frac{d\theta}{\frac{Y}{Z} - \theta} \qquad (5.24)$$

Donde:

$$X = A^2.d.c$$

$$Y = \rho.i^2 \qquad (5.25)$$

$$Z = K.A.p$$

Integrando (5.24), resulta:

$$\ln(\frac{Y}{Z} - \theta) = -\frac{Z}{X}.t + \ln N \qquad (5.26)$$

Tomando antilogaritmos en (5.26) resulta:

$$\frac{Y}{Z} - \theta = N.e^{-\frac{Z}{X}.t} \qquad (5.27)$$

O bien:

$$\theta = \frac{Y}{Z} - N.e^{-\frac{Z}{X}.t} \qquad (5.28)$$

Particularizando (5.28) para **t=0**, resulta [5].

$$0 = \frac{Y}{Z} - N \; ; \quad N = \frac{Y}{Z} \qquad (5.29)$$

Sustituyendo (5.29) en (5.28) resulta:

$$\theta = \frac{Y}{Z}.(1 - e^{-\frac{Z}{X}.t}) \qquad (5.30)$$

Sustituyendo **X**, **Y** y **Z** en (5.30) resulta:

$$\theta = \theta_m.(1 - e^{-M.t}) \qquad (5.31)$$

[5] En el instante t=0, la temperatura del conductor coincide con la del ambiente que lo rodea, en consecuencia θ = 0.

La ecuación (5.31) se representa en un sistema de coordenadas **t, θ,** según la Fig. 5.7.

Siendo:

$$\theta_m = \frac{\rho . i^2}{K.A.p}$$

$$M = \frac{K.p}{A.d.c}$$

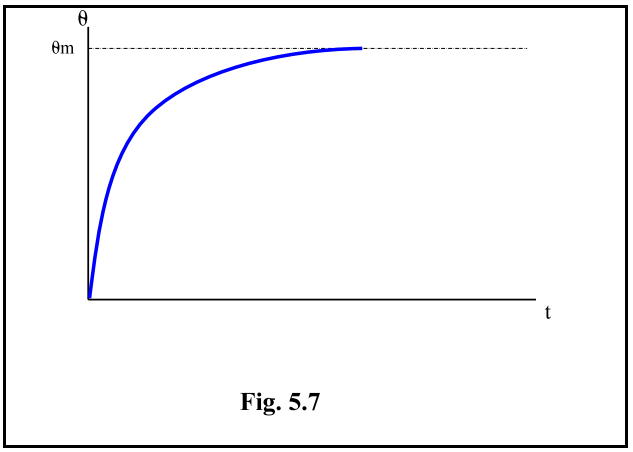


Fig. 5.7



James Prescott Joule
(Salford, Lancashire, 1818-Sale, Chesire, 1889)