TEMA 8

CAMPO MAGNÉTICO CREADO POR UNA CORRIENTE O UNA CARGA MÓVIL

8.1. CAMPO MAGNÉTICO CREADO POR UN ELEMENTO DE CORRIENTE

Una carga eléctrica en movimiento crea, en el espacio que la rodea, un campo magnético.

En la práctica las cargas móviles que crean un campo magnético, son generalmente las que constituyen la corriente en un conductor.

Un elemento diferencial de corriente, **i.ds**, crea en un punto **P** una inducción magnética, cuyo vector correspondiente queda definido por la expresión que se conoce como *Ley de Biot*[1] *y Savart*[2] (8.1).

---

1 **Jean Baptiste Biot** (1774-1862), matemático, físico y astrónomo francés, nacido en París. Profesor de física en el Collège de France en 1800, fue elegido miembro de la Academia de Ciencias a la edad de 29 años. Biot es conocido, sobre todo, por sus estudios sobre la rotación del plano de la luz polarizada a medida que ésta se transmite por una solución líquida. Fue el primero en utilizar el polarímetro para determinar la naturaleza y la cantidad de azúcares en una solución. Formuló también, junto con el físico francés Félix Savart, la ley de Biot-Savart que da la intensidad del campo magnético creado por una corriente eléctrica.

2 **Félix Savart** (1791-1841), médico y físico francés que destacó por sus aportaciones al estudio de la percepción del sonido y de los campos magnéticos producidos por corrientes eléctricas.
Nacido en Mézières, fue profesor de la Universidad de Francia y colaboró con el físico francés Jean Baptiste Biot en el análisis de los campos magnéticos producidos por corrientes rectilíneas. En 1820 ambos enunciaron la ley que lleva sus nombres, la ley de Biot y Savart: el módulo del campo magnético, *B*, producido por una corriente rectilínea e indefinida, es directamente proporcional a la intensidad de la corriente e inversamente proporcional a la distancia.
Savart realizó también importantes experimentos de acústica. En 1830 investigó la perceptibilidad del sonido en el oído humano y descubrió que las vibraciones sonoras superiores a 15.000 Hz son muy débiles y a 48.000 Hz no son perceptibles. Asimismo fijó el límite inferior de perceptibilidad en 16 Hz. Obtuvo estos resultados utilizando el disco de Savart, un dispositivo dotado de una rueda dentada giratoria que producía una onda sonora de frecuencia conocida. Falleció en París.

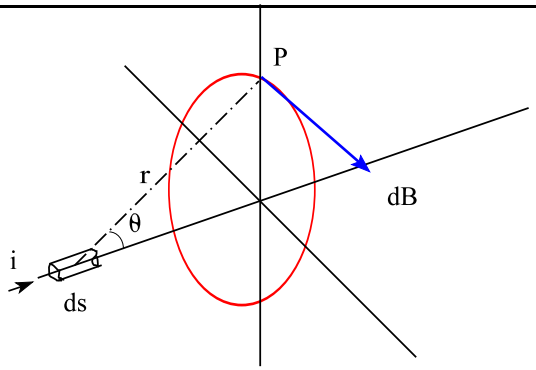


Fig. 8.1

$$d\vec{B} = K.\frac{i.d\vec{s}\wedge\vec{r}}{r^3} \qquad (8.1)$$

En el S.I. la constante **K** de la expresión (8.1) tiene como valor:

$$K = 10^{-7}\ WbA^{-1}\ m^{-1}$$

Con objeto de eliminar el factor **4.π** que aparece frecuentemente por aplicación de la ley, se define una constante **K**, cuyo valor es:

$$K = \frac{\mu_0}{4.\pi}$$

Siendo μ_0 la permeabilidad magnética del vacío o del aire. Su valor en el S.I. es:

$$\mu_0 = 4.\pi.K = 4.\pi.10^{-7}\ WbA^{-1}m^{-1}$$

Se define línea de inducción, aquella cuya tangente en todos sus puntos, es paralela al vector inducción en dichos puntos.

El número de líneas de inducción de un campo magnético se ajusta al siguiente convenio: *El número de líneas de inducción que atraviesa la unidad de superficie normal a la dirección de **B** en un punto, es igual al valor de la inducción en dicho punto.*

$$dN = \vec{B}.d\vec{A} = d\Phi \qquad (8.2)$$

siendo **Φ** el flujo magnético.

8.2. CAMPO MAGNÉTICO CREADO POR UN CONDUCTOR RECTILÍNEO.

Supongamos un conductor rectilíneo tal como se indica en la Fig. 8.2. recorrido por una corriente **i**. Vamos a calcular, a partir de la *Ley de Biot y Savart*, el valor de la inducción que produce dicho conductor en el punto **P** situado a una distancia **a** del conductor.

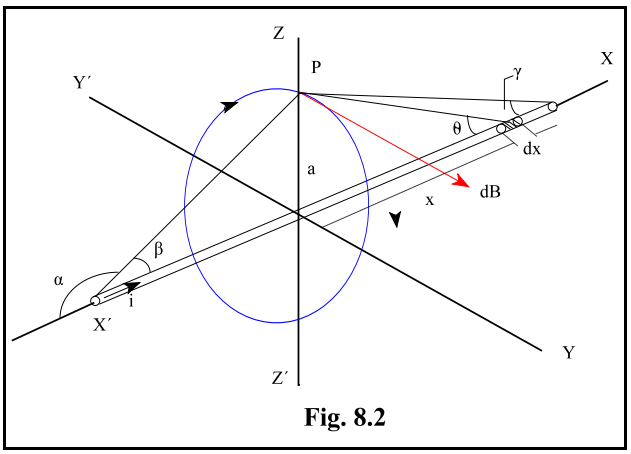


Fig. 8.2

Suponiendo un elemento de corriente **i.dx** situado a distancia **x** del pie de la perpendicular trazada desde **P** al conductor (donde se ha colocado el origen de coordenadas), la inducción producida por el elemento de corriente en el punto **P** será:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4.\pi}.\frac{i.d\vec{x}\wedge\vec{r}}{r^3} \qquad (8.3)$$

La dirección y el sentido del vector $d\vec{B}$ está dado por el producto vectorial (8.3). Los vectores $\mathbf{i}.d\vec{x}$ y $\vec{r}$ definen un plano, que en la figura se hace coincidir con el **X-Z.**

Cualquier elemento de corriente, **i.dx** que se considere en el conductor, creará en el punto **P** una inducción cuya dirección y sentido serán coincidentes. Es decir, todos los vectores tendrán el mismo punto de aplicación, la misma dirección y el mismo sentido. En consecuencia el módulo del vector que define la inducción total creada por el conductor en **P,** será el resultado de sumar todos los módulos de los vectores (8.3).

$$dB = \frac{\mu_0}{4.\pi}.\frac{i.dx.r}{r^3}.sen\theta = \frac{\mu_0}{4.\pi}.\frac{i.dx}{r^2}.sen\theta \qquad (8.4)$$

$$x = \frac{a}{tang\theta}$$

$$dx = -\frac{a}{sen^2\theta}.d\theta \qquad (8.5)$$

$$r = \frac{a}{sen\theta}$$

Sustituyendo las expresiones (8.5) en (8.4) resulta:

$$dB = -\frac{\mu_0}{4.\pi}.i.\frac{\frac{a}{sen^2\theta}.d\theta.sen\theta}{\frac{a^2}{sen^2\theta}} = \frac{\mu_0}{4.\pi}.\frac{i}{a}.(-sen\theta).d\theta \qquad (8.6)$$

El módulo de la inducción en **P**, producida por la corriente que circula por el conductor, se obtiene integrando (8.6) entre los límites **α** y **γ,** de acuerdo con la Fig 8.2. Por tanto:

$$B = \frac{\mu_0}{4.\pi}.\frac{i}{a}.\int_{\alpha}^{\gamma}(-sen\theta).d\theta = \frac{\mu_0}{4.\pi}.\frac{i}{a}.(\cos\gamma - \cos\alpha) \qquad (8.7)$$

Ahora bien, si se trata de un conductor de gran longitud o la distancia **a** es suficientemente pequeña, podemos considerar que **γ = 0** y **α = π,** en consecuencia (8.7) se reduce a:

$$B = \frac{\mu_0}{4.\pi}.\frac{2.i}{a} \qquad (8.8)^3$$

Las líneas de inducción son circunferencias concéntricas cuyos centros se encuentran en el eje del conductor, y situadas en planos perpendiculares a él. Una particularidad que las diferencia de las líneas de fuerza de un campo eléctrico, es que son líneas cerrada y no abiertas como las líneas de fuerza de un campo eléctrico, las cuales como sabemos, comienzan y terminan en cargas eléctricas.

8.3. INTEGRAL DE SUPERFICIE DE LA INDUCCIÓN MAGNÉTICA.

Teniendo en cuenta lo que se acaba de expresar en el epígrafe 8.2, toda línea de inducción que penetre en una superficie cualquiera tiene que salir de ella, ya que se trata de líneas cerradas, por tanto no pueden engendrarse en el espacio limitado por la superficie. En consecuencia, la integral de superficie de la componente normal de la inducción **B** extendida a una superficie cerrada es siempre nula.

$$\int \vec{B}.d\vec{A} = 0 \qquad (8.9)$$

[3] Esta relación fue obtenida por Biot y Savart antes que obtuvieran la expresión diferencial (8.1) que se conoce como *Ley de Biot y Savart.*

8.4. INTEGRAL CURVILÍNEA DE LA INDUCCIÓN MAGNÉTICA.

Supongamos una curva cerrada cualquiera y calculemos el valor de la integral curvilínea a lo largo de la misma del producto escalar $\vec{B}.\vec{dl}$

$$\oint \vec{B}.\vec{dl} = \oint B.dl.\cos\alpha \qquad (8.10)$$

Consideremos un conductor rectilíneo de gran longitud que se encuentre situado perpendicular al plano del dibujo, Fig. 8.3, y que esté recorrido por una corriente que circule en el sentido indicado en la figura (entrando en el plano del dibujo).

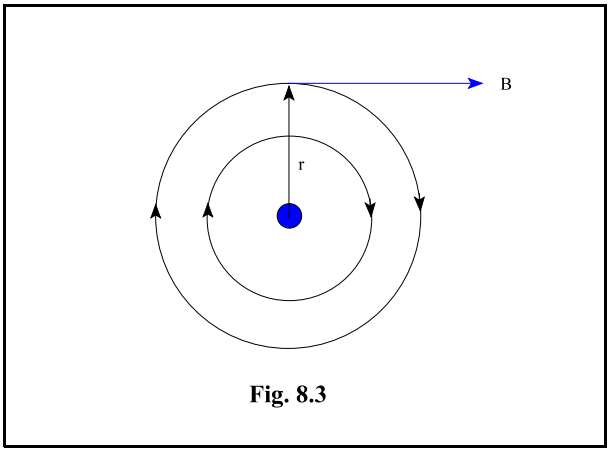


Fig. 8.3

Según (8.8), la inducción creada a una distancia **r,** por la corriente **i** que circula por el conductor, está definida por la expresión:

$$B = \frac{\mu_0}{4.\pi}.\frac{2.i}{r} \qquad (8.11)$$

Sustituyendo (8.11) en (8.10) y operando, resulta:

$$\oint B.\cos\alpha.dl = \frac{\mu_0}{2.\pi}.\frac{i}{r}\oint dl = \frac{\mu_0}{2.\pi}.\frac{i}{r}.2.\pi.r = \mu_0.i \qquad (8.12)$$

Esta expresión se puede generalizar para cualquier contorno cerrado, y en consecuencia se establece que: *La integral curvilínea de la inducción magnética alrededor de cualquier curva cerrada es igual al producto de* μ_0 *por la corriente que circula a través de la superficie limitada por dicha curva*. Es decir, se verifica:

$$\oint \vec{B}.\vec{dl} = \mu_0.i \qquad (8.13)$$

8.5. CAMPO CREADO POR UNA CARGA PUNTUAL MÓVIL.

De acuerdo con (8.3), la inducción magnética en el espacio que rodea a un elemento de corriente ***i.dl*** es:

$$dB = \frac{\mu_0}{4.\pi}.\frac{i.dl.sen\theta}{r^2} \qquad (8.14)$$

Esta inducción es debida a las cargas puntuales que circulan por el elemento en cuestión.

La intensidad que circula por un conductor está definida por la expresión:

$$i = n.q.v.A \tag{8.15}$$

Siendo:

n : Número de cargas móviles por unidad de volumen.
q : La carga elemental.
v : Velocidad media de las cargas en movimiento.
A: Sección del conductor por donde circula la corriente.

Multiplicando (8.15) por ***dl*** resulta:

$$i.dl = n.q.v.A.dl \tag{8.16}$$

Ahora bien, sabemos que:

$$dq = n.q.A.dl \quad ; \quad i.dl = v.dq \tag{8.17}$$

Por tanto, sustituyendo (8.17) en (8.14) resulta:

$$dB = \frac{\mu_0}{4.\pi}.\frac{v.dq.sen\theta}{r^2} \tag{8.18}$$

En consecuencia, el campo creado a una distancia **r** de una carga elemental **q**, que se desplaza con una velocidad **v** (supuesta la carga en el origen de coordenadas) será:

$$B = \frac{\mu_0}{4.\pi}.\frac{v.q.sen\theta}{r^2} \tag{8.19}$$

En esta caso **θ** es el ángulo formado por **v** y **r**.

Si en vez de una sola carga se tratase de un sistema discreto de cargas, la inducción creada por el conjunto en un punto cualquiera del espacio, será:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4.\pi} \sum_{j=1}^{n} \frac{q_j.\vec{v}_j \wedge \vec{r}_j}{r_j^3} \tag{8.20}$$

Esta ecuación la podemos tomar en lugar de la (8.1) para estudiar los campos magnéticos que rodean las cargas móviles, así como los conductores recorridos por corrientes eléctricas.

Supongamos un espacio en el que únicamente existen dos cargas: **q** y **q´**, las cuales se mueven con velocidades **v** y **v´**, respectivamente. Si la distancia que las separa en un instante **t** es **r**, el campo creado por **q** en el punto en el que se encuentra **q´**, está dado por la expresión (8.18).

$$B = \frac{\mu_0}{4.\pi}.\frac{v.q.sen\theta}{r^2} \tag{8.21}$$

La fuerza que ejerce dicho campo sobre la carga en movimiento **q´** es:

$$F = q'.v'.B.sen\varphi \tag{8.22}$$

Donde φ es el ángulo formado por **v´** y **B**. La expresión vectorial es:

$$\vec{F} = \vec{q'} \wedge \vec{B} \tag{8.23}$$

Por tanto **F** es un vector perpendicular al plano que definen **v´**y **B**.

Sustituyendo (8.22) en (8.21) resulta:

$$F = q'.v'.\frac{\mu_0}{4.\pi}.\frac{v.q.sen\theta}{r^2}.sen\varphi \tag{8.24}$$

La fuerza es de naturaleza magnética, en consecuencia se puede expresar como:

$$F_{mag} = \frac{\mu_0}{4.\pi}.\frac{v.q.sen\theta.q'.v'.sen\varphi}{r^2} \tag{8.25}$$

Ahora bien, entre las dos cargas existe una fuerza de naturaleza eléctrica, que de acuerdo con la Ley de Coulomb, es:

$$F_{elec} = \frac{1}{4.\pi.\varepsilon_0}.\frac{q.q'}{r^2} \tag{8.26}$$

Las ecuaciones (8.25) y (8.26) se pueden expresar de la siguiente forma:

$$F_{mag} = [\frac{\mu_0}{4.\pi}.\frac{v.q.sen\theta}{r^2}].[q'.v'.sen\varphi]$$

$$F_{elec} = [\frac{1}{4.\pi.\varepsilon_0}.\frac{q.}{r^2}].q' \tag{8.27}$$

Estas ecuaciones podrían servir para desarrollar las teorías que rigen la electricidad y el magnetismo. En ambas, el primer factor se refiere a la carga **q**, y el segundo a la carga **q'**. Los primeros factores expresan los *campos* creados por la carga **q** (magnético y eléctrico). En consecuencia (8.27) se puede expresar como:

$$\vec{F}_{mag} = q'.\vec{v}'\wedge\vec{B}$$

$$\vec{F}_{elec} = q'.\vec{E} \qquad (8.28)$$

Como los dos campos existen de forma simultánea, la fuerza sobre una carga móvil, **q** que se mueve con velocidad, **v**, está separada por una distancia **r** de la carga **q'** que se mueve con velocidad **v'** es:

$$\vec{F} = \vec{F}_{mag} + \vec{F}_{elec} = q'.\vec{v}'\wedge\vec{B} + q'.\vec{E}$$

$$\vec{F} = q'.[\vec{v}'\wedge\vec{B} + \vec{E}] \qquad (8.29)$$

Donde:
q' = Carga móvil.
v' = Velocidad de la carga móvil.
B = Inducción creada por la carga **q** en el punto donde se encuentra la carga **q'**.
E = Campo eléctrico creado por **q** en el punto en que se encuentra la carga **q'**.

8.6. FUERZA ENTRE CONDUCTORES PARALELOS. EL AMPERIO.

Sean dos conductores paralelos indefinidos y separados por una distancia **a,** que transportan corrientes $\mathbf{i_1}$ e $\mathbf{i_2}$ en el mismo sentido.

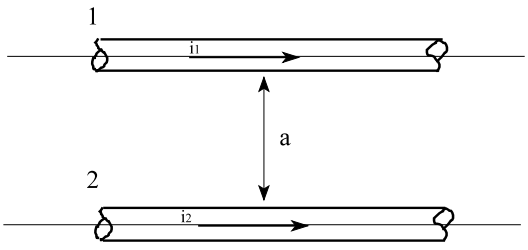


Fig. 8.4

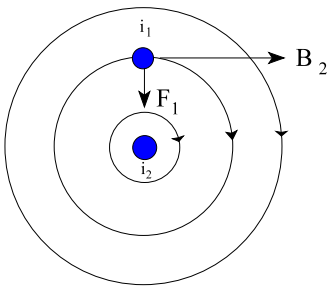


Fig.8.5

La inducción creada en el conductor **2**, por la corriente que circula en el **1** es[4]:

$$B_1 = \frac{\mu_0}{4.\pi} \cdot \frac{2.i_1}{a} \qquad (8.30)$$

A su vez la inducción **1** debida a la corriente que circula por el conductor **2** es:

$$B_2 = \frac{\mu_0}{4.\pi} \cdot \frac{2.i_2}{a} \qquad (8.31)$$

La fuerza a la que se encuentra sometido una parte del conductor **1**, de longitud ***l***, es:

$$F_1 = i_1.l.B_2 = i_1.l.\frac{\mu_0}{4.\pi} \cdot \frac{2.i_2}{a} \qquad (8.32)$$

La fuerza por unidad de longitud en dicho conductor, la obtenemos a partir de (8.32):

$$\frac{F_1}{l} = \frac{\mu_0}{4.\pi} \cdot \frac{2.i_2.i_2}{a} \qquad (8.33)$$

De forma análoga, la fuerza por unidad de longitud sobre el conductor **2** es:

$$F_2 = i_2.l.B_1 = i_2.l.\frac{\mu_0}{4.\pi} \cdot \frac{2.i_1}{a} \qquad (8.34)$$

$$\frac{F_2}{l} = \frac{\mu_0}{4.\pi} \cdot \frac{2.i_2.i_1}{a} \qquad (8.35)$$

Estas fuerzas dos fuerzas (8.33) y (8.35) son de atracción.

[4] Campo magnético de un conductor rectilíneo indefinido, en un punto situado a una distancia ***a*** del mismo

Si en las expresiones anteriores suponemos que se cumple:

a = 1 m
$i_1 = i_2 = 1$ A

Las dos fuerzas, $\mathbf{F_1}$ y $\mathbf{F_2}$, son iguales y de valor:

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0}{2.\pi} = 2.10^{-7}\ N.m^{-1} \qquad (8.36)$$

De esta expresión (8.36) obtenemos la definición del amperio en el S.I.[5]: *El amperio es la corriente invariable que, circulando por dos conductores paralelos de longitud indefinida y separados por una distancia de 1 m, en el vacío, produce sobre cada conductor una fuerza de:*

$$2.10^{-7}\ N.m^{-1}$$



André Marie Ampère
(1775-1836)

[5] El amperio internacional se define como la intensidad constante que deposita 0,001118 gramos de plata por segundo de una disolución de sal de plata de naturaleza especificada en una célula de características determinadas. La Comisión Electrotécnica Internacional ha recomendado el abandono de este patrón en favor del que se ha definido en las fuerzas magnéticas ejercidas entre conductores que transportan corrientes.