TEMA 11

FERROMAGNETISMO

11.1. EXCITACIÓN, SUSCEPTIBILIDAD Y PERMEABILIDAD MAGNÉTICA.

Se define excitación magnética o intensidad del campo magnético **H**, el campo debido a la corriente magnetizante más el debido a los polos, si existen. El vector **H** desempeña un papel análogo al vector **D**[1] en los fenómenos dieléctricos.

La excitación magnética en un punto **P** de un campo magnético creado por un elemento de corriente $i.\vec{dl}$, se define mediante la ecuación:

$$\vec{H} = \frac{1}{4.\pi}\int \frac{i.\vec{dl}\wedge\vec{r}}{r^3} \qquad (11.1)$$

Donde:

$i.\vec{dl}$: Elemento de corriente.

$\vec{r}$: Distancia del elemento $i.\vec{dl}$ al punto **P**.

A la vista de la expresión (11.1), se deduce que es análoga a la que define al vector **B**, con la única diferencia de no contener el factor μ_0, es decir, en **H** se incluyen sólo las corrientes en los conductores reales, y no las corrientes superficiales equivalentes como ocurre en **B**. La magnitud y dirección de **H** puede representarse por líneas denominadas *líneas de fuerza magnética.*

[1] El producto de la intensidad del campo eléctrico en un punto cualquiera de un dieléctrico por la capacidad específica de inducción en dicho punto, se denomina *desplazamiento* en el punto, y se representa mediante la letra **D**: $D = \varepsilon . E$ ($C.m^{-2}$). Como se ve se expresa en la misma unidad que la densidad superficial de carga. El desplazamiento es una magnitud vectorial cuya dirección en cada punto es la misma que la del campo eléctrico, pero cuyo módulo es ε mayor. El desplazamiento se puede representar por *líneas de desplazamiento.*

En el sistema internacional, **H** se expresa en *amperios vuelta por metro*.

La excitación magnética cumple la *Ley de Ampère* de la circulación, y se puede emplear para calcular **H,** aunque existan materiales magnéticos. Por consiguiente, la integral curvilínea de **H** alrededor de cualquier curva cerrada es igual a la corriente neta magnetizante que atraviesa la superficie cerrada. Por tanto se cumple:

$$\oint \vec{H}.d\vec{l} = N.i \qquad (11.2)$$

Si aplicamos la expresión (11.2) al *anillo de Rowland*[2], Fig.11.2, el valor de **H** en cualquier punto del anillo es:

$$H = \frac{N.i}{l} \qquad (11.3)$$

Consideremos de nuevo el anillo de Rowland. La densidad de flujo magnético en cualquier punto es la resultante del flujo debido a las corrientes que circulan por las espiras conductoras que rodean al anillo, y del flujo debido a las corrientes superficiales equivalentes en la sustancia magnética que constituye el toroide.

Como las espiras se encuentran muy apretadas, las corrientes superficiales equivalentes y la corriente magnetizante tienen la misma forma y dimensiones, en consecuencia, la inducción se obtiene mediante la expresión:

$$B = \mu_0.\frac{N.i}{l} + \mu_0.(\frac{N.i}{l})_s \qquad (11.4)$$

Donde:

μ_0 = Permeabilidad magnética del vacío.

$\frac{Ni}{l}$ = Amperios-vuelta por unidad de longitud en los arrollamientos.

$(\frac{Ni}{l})_s$ = Amperios-vuelta por unidad de longitud de las corrientes superficiales equivalentes.

[2]Henry Augustus Rowland (1848-1901). Físico y astrónomo estadounidense. Como físico, investigó sobre unidades eléctricas (el ohmio), el equivalente mecánico del calor y el electromagnetismo, demostró, en 1876, que una carga eléctrica móvil tiene los mismos efectos magnéticos que una corriente. El *anillo de Rowland* debe su nombre a que fue Rowland el que lo utilizó para realizar su trabajo teórico y experimental sobre electricidad y magnetismo.

La densidad de flujo creado por la corriente magnetizante dependerá de **H**.

Se define *susceptibilidad magnética,* χ, como la razón de la densidad de flujo debido a las corrientes superficiales, a la excitación magnética **H**.

$$\chi = \frac{\mu_0.(\frac{N.i}{l})_s}{H} = \frac{\mu_0.(\frac{N.i}{l})_s}{\frac{N.i}{l}} \qquad (11.5)$$

En el sistema internacional (S.I.) la unidad de susceptibilidad es $\mathbf{wb.A^{-1}.m^{-1}}$ o $\mathbf{H.m^{-1}}$.

En el vacío la susceptibilidad magnética es cero, ya que no existen corrientes superficiales equivalentes.

Si en (11.4) se sustituye $\frac{N.i}{l}$ por $\mathbf{H}$ y $\mu_0(\frac{N.i}{l})_s$ por $\chi.\mathbf{H}$, según (11.5) se obtiene:

$$B = \mu_0.H + \chi.H = (\mu_0 + \chi).H \qquad (11.6)$$

y si llamamos a $\mu_0 + \chi = \mu$, la ecuación (11.6) se convierte en:

$$B = \mu H \qquad (11.7)$$

Donde μ es la permeabilidad de la sustancia. Sus dimensiones son $\mathbf{wb.A^{-1}.m^{-1}}$ o $\mathbf{H.m^{-1}}$.

También se define otra magnitud, representada por μ_r, que se denomina *permeabilidad relativa* de una sustancia. Es la razón de la permeabilidad de dicha sustancia a la del vacío. Es una magnitud adimensional. Se puede expresar como:

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} \qquad (11.8)$$

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = \frac{\mu_0 + \chi}{\mu_0}$$

$$\mu_r = 1 + \frac{\chi}{\mu_0} \qquad (11.9)$$

La permeabilidad del vacío es la unidad, puesto que en ese caso $\chi = 0$

11.2. FERROMAGNETISMO.

En el anillo de Rowland de la Fig.11.2, el flujo magnético puede ser mucho mayor que el que se corresponde con la corriente magnetizante, no siendo además la densidad de flujo función lineal de la excitación magnética, es decir que la permeabilidad no es constante. Además la permeabilidad depende de la *historia magnética* de la sustancia ferromagnética de que se trate. Este fenómeno recibe el nombre de *histéresis* [3]

Todas las sustancias que presenta estas propiedades reciben el nombre de *sustancias ferromagnéticas*. Esta propiedad la presentan algunos metales como:

- ☞ Hierro.
- ☞ Níquel.
- ☞ Cobalto.
- ☞ Gran número de aleaciones.
- ☞ Compuestos de transición, tierras raras y actínidos[4].

En todos estos materiales se verifica: $\mu_r >> 1$

Como consecuencia de la relación, muy complicada, que existe entre el flujo magnético y la excitación magnética de cualquier sustancia ferromagnética, no es posible expresar de forma analítica la relación entre **B** y **H**. Esta relación se expresa mediante una tabla, o también mediante un gráfico.

En la siguiente tabla se recogen los valores de la densidad de flujo y la permeabilidad para una muestra de hierro con distintos valores de **H.**

La permeabilidad **μ**, se obtiene dividiendo la inducción **B** por la excitación **H**, en cualquier punto de la tabla. Por ejemplo, sí H = 100 A-vuelta.m^{-1} y B = 0.67 wb.$m^{-2)}$, μ valdrá:

$$\mu = \frac{B}{H} = 0.67/100 = 0.0067 = 67.000.10^{-7}\ wb.A^{-1}.m^{-1}$$

[3] El término *histéresis* significa *quedarse atrás.*

[4] Actínidos son los elementos cuyo número atómico está comprendido entre 90 y 103 (ambos inclusive), y que tienen propiedades semejantes al actinio. El actinio es un elemento químico, de número atómico 89, masa atómica 227, vida media 21,7 años y símbolo *Ac*.

Propiedades magnéticas del hierro

Excitación magnética	*Densidad de flujo*	*Permeabilidad*
H $A.vuelta.m^{-1}$	B $wb.m^{-2}$	μ $H.m^{-1}.10^{-7}$
0	0	3100
10	0,0042	4200
20	0,010	5000
40	0,028	7000
50	0,43	8600
60	0,95	16000
80	0,45	56000
100	0,67	67000
150	1,01	67500
200	1,18	59000
500	1,44	28800
1000	1,58	15800
10000	1,72	1720
100000	2,26	226
800000	3,15	39

De los valores de la tabla anterior se deduce, que cuando la excitación magnética es pequeña, el flujo es debido a la imantación. Para valores de la excitación magnética superiores a 1000 (A-vuelta.m^{-1}) hay un aumento pequeño de la densidad de flujo, y se dice que el hierro se ha *saturado*. Para valores superiores de **H**, el aumento de **B** es debido al aumento de la corriente magnetizante.

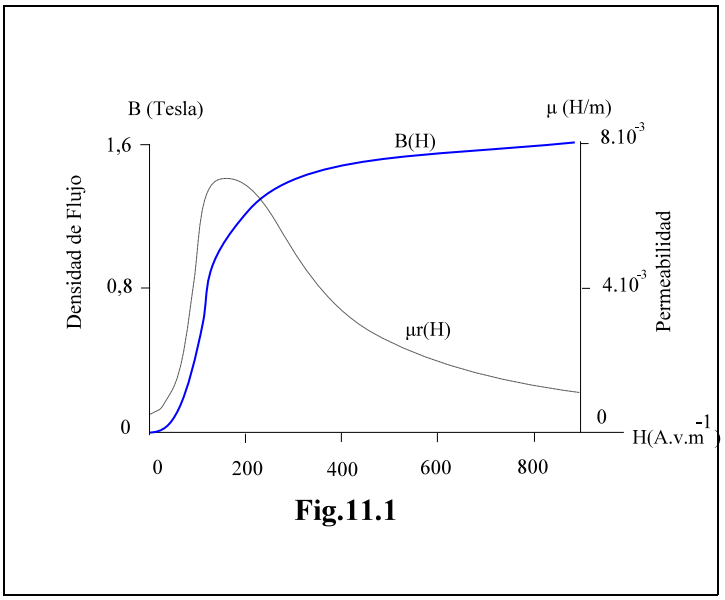


Fig.11.1

En figura (11.1) se representa la relación entre la inducción y la excitación magnética.

De la Fig.11.1 se deduce, que cuando **H** aumenta, la inducción va creciendo según **B(H)**, lo que implica que **B = μ.H** no es lineal, ya que μ_r depende de **H.**

11.3. TEORÍA DEL CIRCUITO MAGNÉTICO.

Sea el anillo de Rowland formado por **N** espiras, Fig.11.2, por las que circulan una corriente continua **i**. En el interior se produce un campo magnético cuya inducción **B,** puede ser medida por una bobina exploradora unida a un galvanómetro balístico.

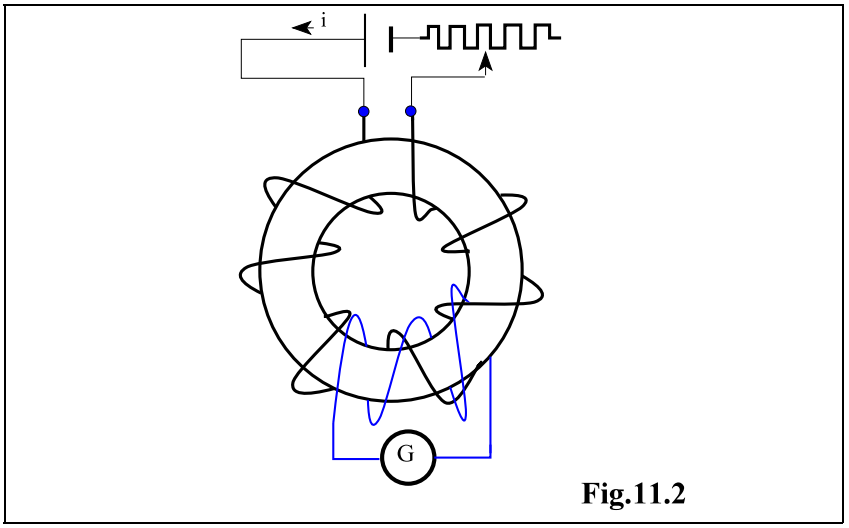


Fig.11.2

La densidad de flujo dentro del anillo puede medirse anulando de golpe la corriente magnetizante. Haciendo esta operación, la inducción magnética se puede medir con el galvanómetro **G**.

Cuando el núcleo es el vacío, se verifica:

$$\oint \vec{B}_0.\vec{dl} = N.\mu_0.i \qquad (11.10)$$

Como $\mathbf{B}_o$ es constante:

$$B_0.l = N.\mu_0.i$$

$$B_0 = \mu_0.\frac{N.i}{l} \qquad (11.11)$$

Si en lugar del vacío se colocan otras sustancias, se puede establecer para las mismas, la siguiente clasificación desde el punto de vista magnético[5]:

Diamagnéticas sí $B < B_o$
Paramagnéticas sí $B > B_o$
Ferromagnéticas sí $B >> B_o$

[5]El aumento o disminución de flujo en el núcleo del anillo, por encima o por debajo del debido a la corriente magnetizante, procede de los efectos magnéticos de los electrones que forman parte de los átomos. Las propiedades magnéticas del átomo de hierro se deben al hecho de tener en un exceso de cuatro electrones cuyo *spin* no está compensado. Debido al spin de estos electrones, cada átomo está asociado a un campo magnético.

La inducción en un medio será μ_r veces la correspondiente al aire, siendo μ_r la permeabilidad relativa del medio respecto del aire.

$$B = \mu_r . B_0 = \mu_r . \mu_0 . \frac{N.i}{l} = \mu . \frac{N.i}{l}$$

$$B = \mu . H \qquad (11.12)$$

según vimos en (11.7).

Siendo:
μ = Permeabilidad absoluta.
H = Excitación magnética.

11.4. TEMPERATURA DE CURIE.

La permeabilidad de cualquier sustancia ferromagnética es función de la temperatura, disminuyendo cuando aumenta ésta. La permeabilidad relativa desciende hasta alcanzar prácticamente el valor unidad a una temperatura determinada, la cual difiere según la sustancia ferromagnética de que se trate, a esta temperatura se la conoce como *temperatura de Curie*[6] por encima de la misma, un material deja de ser ferromagnético (para el hierro es 760ºC) y pasa a paramagnético.

La Fig. 11.3 representa la variación de la permeabilidad relativa de una muestra de hierro, cuando se encuentra sometida a una excitación de 800.000 A-vuelta.m^{-1}. La temperatura de Curie se alcanza a los 760 ºC.

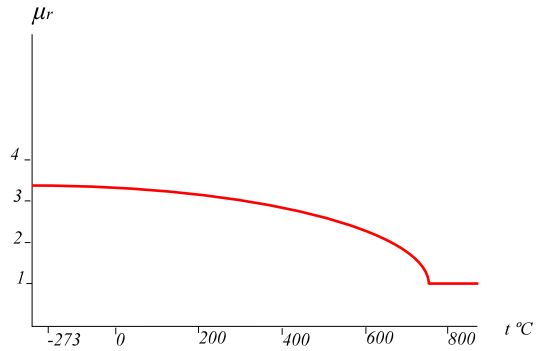


Fig.11.3

[6]Pierre Curie (1859-1906). Físico francés. Su actividad científica estuvo dedicada al estudio de la estructura de la materia, primero centrado en los fenómenos de magnetismo, descubriendo el paramagnetismo y la piezolectricidad, y después de los cristales, formulando el llamado *principio de simetría* de las causas y los efectos.

11.5. CICLO DE HISTÉRESIS.

En la Fig. 11.4, se ha representado la curva de imantación de una muestra inicialmente desimantada y con excitación magnética en aumento desde **0** a $\mathbf{H_1}$. La muestra se magnetiza según la curva **a-b**, pero se desmagnetiza según la curva **b-c.** Es decir para **H = 0**, $\mathbf{B = B_r}$, en consecuencia, cuando cesa la excitación magnética, el cuerpo queda imantado. Al valor de la inducción $\mathbf{B_r}$, se la conoce como *magnetismo remanente o remanencia.*

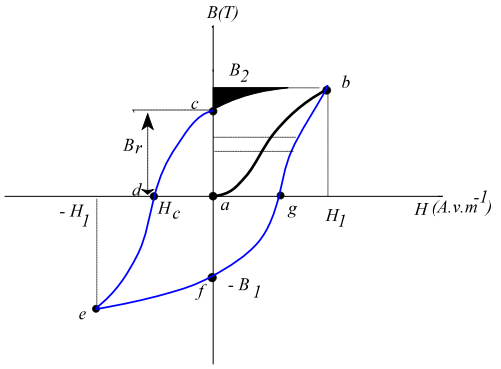


Fig.11.3

Campo coercitivo es la excitación $\mathbf{H_c}$, necesaria para anular el magnetismo remanente, $\mathbf{B_r}$.

Cuando la corriente es alterna, en cada ciclo, la excitación pasa de $\mathbf{H_1}$ a $\mathbf{-H_1}$. La inducción **B**, dentro del hierro, describe una curva cerrada **b-c-d-e-f-g-b**, en el plano **B-H**, llamada *ciclo de histéresis.*

Una característica del ciclo de histéresis es la inducción de *saturación* a partir de la cual la imantación ya no aumenta más. Esta situación corresponde a la total orientación de los dominios y un nuevo aumento de H sólo incrementará B por la contribución debida al aumento de la corriente de conducción [7].

Al aumentar la corriente, se induce en el devanado una fuerza electromotriz que se opone al incremento de la corriente, de acuerdo con la ley de Lenz. La potencia que suministra la fuente es:

$$\frac{dW}{dt} = i.(N.\frac{d\Phi}{dt}) = i.N.A.\frac{dB}{dt} = H.l.A.\frac{dB}{dt}$$

La energía por unidad de volumen es:

$$\frac{dW}{l.A} = H.dB \qquad (11.13)$$

[7]Normalmente, la inducción de saturación es del orden de 1 ó 2 $Wb.m^{-2}$

La energía suministrada por la fuente para ir desde al punto **g** al **b** se obtiene integrando la ecuación (11.4)[8]:

$$W'_1 = \int_g^b H.dB \qquad (11.14)$$

Que es el área del tramo **g-b** (Fig. 11.4). Cuando pasa de **b** a **c, dB <0**, y por tanto en ese tramo devuelve energía al circuito (área rayada en la Fig. 11.4).

$$W'_2 = \int_b^c H.dB \qquad (11.15)$$

Finalmente, la energía neta suministrada por la fuente en un ciclo completo es:

$$W' = \oint H.dB \qquad (11.16)$$

En la expresión (11.16), la integral se extiende a todo el ciclo de histéresis. El área limitada por el ciclo (Wb.A-vuelta.m^{-1}) representa la energía en julios que se disipa en el núcleo por metro cúbico y en cada ciclo.[9]

11.6 CIRCUITO MAGNÉTICO. LEY DE HOPKINSON.

El circuito magnético es donde existe flujo magnético. En el anillo de Rowland será el toroide. El flujo en una sección recta del toroide es:

$$\Phi = B.A = \mu_0.\mu_r.\frac{N.i}{l}A = \frac{N.i}{\frac{l}{\mu_0.\mu_r.A}} \qquad (11.17)$$

[8] Si **B** se expresa en Tesla (T) y **H** en Amperios-vuelta por metro (A-vuelta.m^{-1}), la energía calorífica que se produce en cada ciclo de histéresis estará expresada en Julios por metro cúbico (J.m^{-3}).

[9] Conviene señalar que las pérdidas por histéresis no están relacionadas con las pérdidas por Foucault, que se producen por cambios en el campo magnético. Esta últimas se pueden reducir utilizando materiales en láminas, en vez de forma maciza. Las pérdidas por histéresis se pueden reducir eligiendo un material que tenga un ciclo estrecho.

Si llamamos:

$N.i$ = *Fuerza magnetomotriz* (*f.m.m.*)

$\frac{l}{\mu_0.\mu_r.A}$ = *Reluctancia* ($\Re$)

Obtenemos la expresión:

$$\Phi = \frac{f.m.m.}{\Re} \qquad (11.18)$$

Expresión que se conoce como *Ley de Hopkinson.*

La fuerza magnetomotriz se expresa en *amperios-vuelta,* y la reluctancia en *amperios-vuelta por weber*. La reluctancia de un circuito magnético es el número necesario de amperios-vuelta por weber de flujo magnético en el circuito.

11.7. ENERGÍA POR UNIDAD DE VOLUMEN EN UN CAMPO MAGNÉTICO.

Según 10.12, la energía asociada a una autoinducción **L** viene dada por la expresión:

$$W = \frac{1}{2}.L.i^2 \qquad (11.19)$$

Supóngase un anillo de Rowland, en cuyo interior la inducción magnética es constante.

Según (10.9), la autoinducción se define como:

$$L = \frac{N.\Phi}{i} \qquad (11.20)$$

El flujo en el arrollamiento toroidal, es:

$$\Phi = \frac{N.i}{\frac{l}{\mu.A}} = B.A = \mu.H.A \qquad (11.21)$$

Combinando las ecuaciones (11.19), (11.20) y (11.21), resulta:

$$Densidad\ de\ Energía = \frac{W}{A.l} = \frac{1}{2}.\frac{N.\Phi}{i}.\frac{i^2}{A.l} =$$

$$= \frac{1}{2}.\frac{N.i}{A.l}.\frac{N.i}{\frac{l}{\mu.A}} = \frac{1}{2}.\frac{N^2.i^2}{\frac{l^2}{\mu^2}.\mu} = \frac{1}{2}.\frac{B^2}{\mu} = \frac{1}{2}.\frac{B.H.\mu}{\mu} \qquad (11.20)$$

Por tanto, la energía por unidad de volumen en un campo magnético, es:

$$Densidad\ de\ Energía = \frac{1}{2}.B.H \qquad (11.21)$$