TEMA 15

CORRIENTES ALTERNAS II

15.1 LEYES DE KIRCHHOFF EN REGÍMENES SENOIDALES.

El primer lema de Kirchhoff[1], o ley de los nudos[2], establece, que *la suma de las corrientes que confluyen en un nudo es nula*[3].

Supongamos **n** corrientes que confluyen en un nudo.

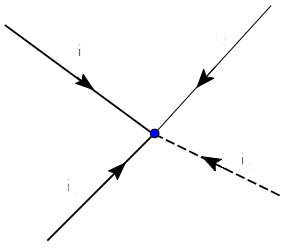


Fig. 15.1

En valores instantáneos, se cumple:

$$\sum_{k=1}^{n} i_k = 0 \qquad (15.1)$$

En la rama genérica **k** se cumple:

$$i_k = I_{mk} \cdot sen(\omega t - \varphi_k) \qquad (15.2)$$

Si sumamos en **k** la ecuación (15.2), resulta:

(15.3)

$$\sum_{k=1}^{n} i_k = \sum_{k=1}^{n} I_{mk} \cdot sen(\omega t - \varphi_k)$$

Teniendo en cuenta (15.1), resulta:

[1] Gustav Robert Kirchhoff (1824-1887). Físico alemán. Se le deben las leyes fundamentales de los circuitos eléctricos. En 1859 elaboró el concepto de cuerpo negro. Inventó el espectroscopio. Investigó sobre placas vibrantes, la teoría sobre la superficie de discontinuidad en hidrodinámica y, en óptica el desarrolla de la teoría ondulatoria.

[2] Un nudo es un punto de la red en el que se unen tres o más ramas.

[3] Este ley expresa simplemente que la carga eléctrica no se acumula en ningún nudo de la red.

$$\sum_{k=1}^{n} i_k = \sum_{k=1}^{n} I_{mk}.sen(\omega t - \varphi_k) = 0 \qquad (15.4)$$

Es decir:

$$\sum_{k=1}^{n} I_{mk}.sen(\omega t-\varphi_k) = \sum_{k=1}^{n} \zeta[I_{mk}.e^{j(\omega t-\varphi k)}] = \zeta[\sum_{k=1}^{n} \bar{I}_{mk}.e^{j\omega t}] = 0 \qquad (15.5)$$

Siendo $\bar{I}_{mk}$, el fasor de $\bar{I}_k$

Ahora bien, si se cumple que la suma de los complejos es nula, es decir, si se verifica:

$$[\sum_{k=1}^{n} \bar{I}_{mk}.e^{j\omega t}] = 0$$

También se cumplirá que la suma de las partes imaginarias, lo son. En consecuencia, se cumplirá (15.5), y si se verifica para todo valor de **t**, también se cumplirá para el valor cero, luego:

$$\sum_{k=1}^{n} \bar{I}_{mk} = 0$$

Pero si se verifica que la suma de los fasores es nula, también será nula la suma de las expresiones complejas de los valores eficaces, es decir:

$$\sum_{k=1}^{n} \bar{I}_{k.} = 0 \qquad (15.6)$$

La expresión (15.6), constituye la forma compleja del *Primer Lema de Kirchhoff*, que se enuncia: *La suma de las expresiones complejas de las intensidades que confluyen en un nudo es nula.*

Para el estudio de la expresión compleja del segundo lema de Kirchhoff, vamos a considerar la Fig. 15.2.

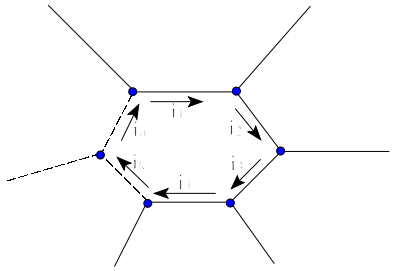


Fig. 15.2

El lema de las Mallas[4] expresa que: *La suma de las expresiones complejas de las fuerzas electromotrices en una malla cualquiera de una red, es igual a la suma de las expresiones complejas de los productos* $\bar{I}_k.Z_k$.

Consideremos la malla de la Fig. 15.2, en la cual suponemos que en cada rama existen

[4] El segundo Lema de Kirchhoff se deduce de la expresión generalizada de la diferencia de potencial entre dos puntos de un circuito $\bar{U}_{ab} = \sum Z_k.\bar{I}_k - \sum \bar{E}_k$. Si se recorre la malla completamente de modo que partiendo de un punto se vuelve al mismo, la diferencia de potencial es nula y en consecuencia $\sum Z_k.\bar{I}_k = \sum \bar{E}_k$.

elementos puros **R**, **L** y **C**, recorridos por corrientes distintas. En valores instantáneos, se cumple[5]:

$$\sum_{k=1}^{n} R_k.i_k + \sum_{k=1}^{n} L_k.\frac{di_k}{dt} + \sum_{k=1}^{n}\frac{1}{C_k}\int_o^t i_k.dt = \sum_{k=1}^{n} e_k \qquad (15.7)$$

Ahora bien, las expresiones de las intensidades y las fuerzas electromotrices presentes en la malla, serán de la forma:

$$\left.\begin{aligned} i_k &= I_{mk}.sen\,(\omega t-\varphi_k) \\ e_k &= E_{mk}.sen\,(\omega t-\varphi_k) \end{aligned}\right\} \qquad (15.8)$$

O bien:

$$\left.\begin{aligned} i_k &= \zeta[I_{mk}.e^{j(\omega t-\varphi_k)}] \\ e_k &= \zeta[E_{mk}.e^{j(\omega t-\varphi_k)}] \end{aligned}\right\} \qquad (15.9)$$

Por tanto, si se sustituyen las expresiones (15.9) en (15.7), resulta:

$$\sum_{k=1}^{n} R_k.\zeta[\bar{I}_{mk}.e^{(j\omega.t-\varphi_k)}] + \sum_{k=1}^{n} L_k\zeta[\frac{d(\bar{I}_{mk}.e^{(j\omega.t-\varphi_k)}}{dt}] + \sum_{k=1}^{n}\int_{k=1}^{n}\frac{1}{C_k}.\zeta[I_{mk}e^{(j\omega.t-\varphi_k)}] = \sum_{k=1}^{n}\zeta[E_{mk}e^{(j\omega.t-\varphi_k)}] \qquad (15.10)$$

$$\zeta[\sum_{k=1}^{n} R_k.[\bar{I}_{mk}.e^{(j\omega.t-\varphi_k)}] + \sum_{k=1}^{n} L_k[\frac{d(\bar{I}_{mk}.e^{(j\omega.t-\varphi_k)}}{dt}] + \sum_{k=1}^{n}\int_{k=1}^{n}\frac{1}{C_k}.[I_{mk}.e^{(j\omega.t-\varphi_k)}].dt = \zeta[\sum_{k=1}^{n} E_{mk}e^{(j\omega.t-\varphi_k)}] \qquad (15.11)$$

Utilizando los *fasores* de intensidades y fuerzas electromotrices, la expresión (15.11) se puede expresar de la forma:

$$\zeta[\sum_{k=1}^{n} R_k.\bar{I}_{mk}.e^{j\omega.t} + \sum_{k=1}^{n}\frac{d(L_k.\bar{I}_{mk}.e^{j\omega.t})}{dt} + \sum_{k=1}^{n}\int_{k=1}^{n}\frac{1}{C_k}.\bar{I}_{mk}.e^{j\omega.t}] = \zeta[\sum_{k=1}^{n}\bar{E}_{mk}.e^{j\omega.t}] \qquad (15.12)$$

[5] Se supone que para t=0, $U_{ck} = 0$. En el caso de almacenamientos energéticos iniciales, el problema se resuelve agregando a cada elemento con almacenamiento una fuerza electromotriz ficticia de valor determinado.

Ahora bien, si se verifica para la suma de los complejos, también se verificará para la suma de sus partes imaginarias (15.12). Por tanto, si se cumple:

$$\sum_{k=1}^{n} R_k.\bar{I}_{mk}.e^{j\omega.t} + \sum_{k=1}^{n} \frac{d(L_k.\bar{I}_{mk}.e^{j\omega.t})}{dt} + \sum_{k=1}^{n} \int_{k=1}^{n} \frac{1}{C_k}.\bar{I}_{mk}.e^{j\omega.t} = \sum_{k=1}^{n} \bar{E}_{mk}.e^{j\omega.t} \qquad (15.13)$$

También se cumplirá (15.12). Operando (15.13), resulta:

$$\sum_{k=1}^{n} R_k.\bar{I}_{mk}.e^{j\omega.t} + \sum_{k=1}^{n} j\omega L_k.\bar{I}_{mk}.e^{j\omega.t} - \sum_{k=1}^{n} \frac{j}{\omega C_k}.\bar{I}_{mk}.e^{j\omega.t} = \sum_{k=1}^{n} \bar{E}_{mk}.e^{j\omega.t} \qquad (15.14)$$

Pero además, si se cumple (15.14) para todos los valores de **t**, también se cumplirá para el valor cero, en consecuencia:

$$\sum_{k=1}^{n} R_k.\bar{I}_{mk} + \sum_{k=1}^{n} j\omega L_k.\bar{I}_{mk} - \sum_{k=1}^{n} \frac{j}{\omega C_k}.\bar{I}_{mk} = \sum_{k=1}^{n} \bar{E}_{mk} \qquad (15.15)$$

Sacando $\bar{\mathbf{I}}_{\mathbf{mk}}$, factor común en (15.15), resulta:

$$\sum_{k=1}^{n} \bar{I}_{mk}[R_k + j.(L_k.\omega - \frac{1}{\omega C_k}) = \sum_{k=1}^{n} \bar{E}_{mk} \qquad (15.16)$$

Si se denomina $\bar{Z}_k$, la impedancia de la rama **k**:

$$\bar{Z}_k = R_k + j.(L_k\omega - \frac{1}{\omega C_k}) \qquad (15.17)$$

Sustituyendo (15.17) en (15.16) y teniendo en cuenta la relación entre los valores eficaces y máximos en las intensidades y las fuerzas electromotrices, resulta:

$$\sum_{k=1}^{n} \bar{I}_k Z_k = \sum_{k=1}^{n} \bar{E}_k \qquad (15.18)$$

La expresión (15.18) constituye la forma simbólica del *Segundo Lema de Kirchhoff*. En esta expresión, los productos $\mathbf{I_k.Z_k}$ han de interpretarse como la suma de los productos de la impedancia de cada rama por la corriente que circula por la misma, es decir las sumas de las caídas de tensión en las ramas de la malla.

Es decir que, la suma de las fuerzas electromotrices en una malla, es igual a la suma de las caídas de tensión en las mismas.

15.2. COMPORTAMIENTO DE LOS ELEMENTOS PASIVOS BÁSICOS.

En el siguiente cuadro, se resume el comportamiento de los elementos pasivos básicos, cuando se conecta una fuente de tensión alterna senoidal de frecuencia angular **ω**.

	Resistencia	**Autoinducción**	**Capacidad**
Ecuación característica	$u_R = i.R$	$u_L = L.\frac{di}{dt}$	$u_c = \frac{1}{C}\int i.dt$
Expresión compleja de la Ley de Ohm	$\bar{U}_R = \bar{I}.R$	$\bar{U}_L = j.\omega L.\bar{I}$	$\bar{U}_c = -\frac{j}{\omega.C}.\bar{I}$
Reactancia	0	ωL	$\frac{1}{\omega.C}$
Fase inicial (φ)	0	$\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{2}$
Diagrama vectorial	--------> --------> Ī Ū	----------> Ū ↓Ī	↑Ī ----------> Ū

15.3. CIRCUITO SERIE CON RESISTENCIA, AUTOINDUCCIÓN Y CAPACIDAD.

Sea un circuito serie constituido por una resistencia, **R**, una autoinducción, **L**, y una capacidad, **C**, todos elementos ideales. El conjunto se conecta a una fuente de tensión alterna senoidal de frecuencia angular, **ω** (Fig. 15.3).

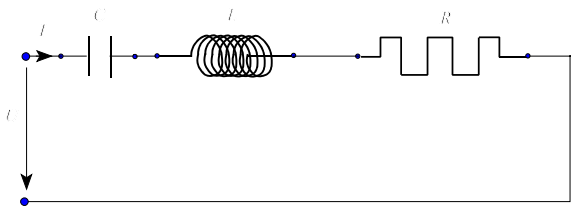


Fig. 15.3

Según (14.27), el conjunto absorbe una intensidad **Ī**, tal que:

$$\bar{I} = \frac{\bar{U}}{\bar{Z}}$$

Siendo la expresión compleja de la impedancia equivalente del circuito de la Fig.15.3.

De acuerdo con el segundo lema de Kirchhoff, se verifica:

$$\bar{U} = \bar{U}_R + \bar{U}_L + \bar{U}_C \qquad (15.19)$$

Según se ha visto en el epígrafe 15.1, se cumple:

$$\bar{U}_c = R.\bar{I} + j\omega L.\bar{I} - j.\frac{1}{\omega C}.\bar{I} \qquad (15.20)$$

Sacando $\bar{\mathbf{I}}$ factor común en (15.20), resulta:

$$\bar{U} = \bar{I}.(R + j.(\omega L - \frac{1}{\omega C}) \qquad (15.21)$$

El diagrama correspondiente a (15.20) se da en la Fig. 15.4.

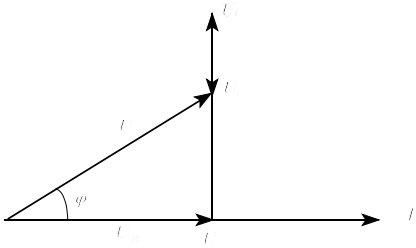


Fig. 15.4

Si se trata de **n** impedancias, todas conectadas en serie, cada una de las cuales tiene resistencia, autoinducción y capacidad, la ecuación del circuito es:

$$\bar{U} = \sum_{k=1}^{n} \bar{U}_k \qquad (15.22)$$

La caída de tensión en la impedancia **k** es:

$$\bar{U}_k = \bar{I}.[R_k + j.(\omega L_k - \frac{1}{\omega C_k})] \qquad (15.23)$$

También:

$$\bar{U}_k = \bar{I}.\bar{Z}_k \qquad (15.24)$$

Sumando (15.23) en **k**, y teniendo en cuenta (15.24), resulta:

$$\sum_{k=1}^{n} \bar{U}_k = \sum_{k=1}^{n} \bar{I}.[R_k + j(\omega L_k - \frac{1}{\omega C_k})] = \bar{I} \sum_{k=1}^{n} Z_k = \bar{I}.\bar{Z} \qquad (15.25)$$

Pero el primer miembro de (15.25) es la tensión que alimenta las **n** impedancias, por tanto se verifica:

$$\bar{U} = \bar{I}.\bar{Z} \qquad (15.26)$$

Volviendo a la expresión (15.25), tenemos:

$$\bar{Z} = \sum_{k=1}^{n} \bar{Z}_k = \sum_{k=1}^{n} [R_k + j\,(\omega L_k - 1/\omega C_k)] = \sum_{k=1}^{n} R_k + j\,[\sum_{k=1}^{n} \omega L_k - \sum_{k=1}^{n} 1/\omega C_k] \qquad (15.27)$$

Llamando:

$R = \sum_{k=1}^{n} R_k$ Resistencia equivalente del circuito.

$X_L = \sum_{k=1}^{n} \omega L_k$ Reactancia inductiva equivalente del circuito.

$X_C = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\omega C_k}$ Reactancia capacitiva equivalente del circuito.

$X = X_L - X_C$ Reactancia equivalente del circuito.

$Z = \sqrt{R^2+X^2}$ Impedancia equivalente del circuito.

La ecuación (15.27) se puede expresar como:

$$\overline{Z} = R + j(X_L - X_C) \qquad (15.28)$$

15.4 RESONANCIA DE TENSIONES.

Se dice que en un circuito serie, **R**, **L** y **C**, Fig.(15.3) existe resonancia de tensiones, si se verifica que la caída de tensión en la inductancia es igual que la que existe en la capacidad, es decir si se cumple:

$$\omega_r.L = \frac{1}{\omega_r.C} \quad ; \quad \omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad (15.29)$$

Siendo, ω_r, la frecuencia angular de resonancia.

La frecuencia de resonancia, a tenor de (15.29), es:

$$f_r = \frac{1}{2\pi}.\frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad (15.30)$$

Cuando esto sucede, la reactancia total del circuito es nula, la impedancia toma el valor mínimo, que coincide con la resistencia del circuito, y la tensión e intensidad están en fase. Es decir:

$$X_L = X_C \quad ; \quad X=0 \quad ; \quad Z = R \quad ; \quad \varphi = 0 \qquad (15.31)$$

Los valores de las reactancias inductiva y capacitiva son:

$$X_L = \omega_r.L = \frac{L}{\sqrt{LC}} = \sqrt{\frac{L}{C}} = X_C \qquad (15.32)$$

A este valor $\sqrt{\frac{L}{C}}$, se le denomina *reactancia característica del circuito.*

Se denomina *factor de sobretensión en resonancia o factor de calidad,* $\boldsymbol{q}$, al cociente entre

la reactancia característica del circuito y la resistencia.

$$q = \frac{\sqrt{\frac{L}{C}}}{R} \qquad (15.33)$$

El factor de calidad, determina la relación entre la tensión en la autoinducción o en la capacidad, y la tensión en el circuito.

La Fig. 15.5, representa las variaciones de las reactancias inductiva, $\mathbf{X_L}$, capacitiva, $\mathbf{X_C}$, total, **X**, impedancia, **Z** e intensidad, **I**, en función de la frecuencia angular, **ω**, de la tensión que alimenta el circuito.

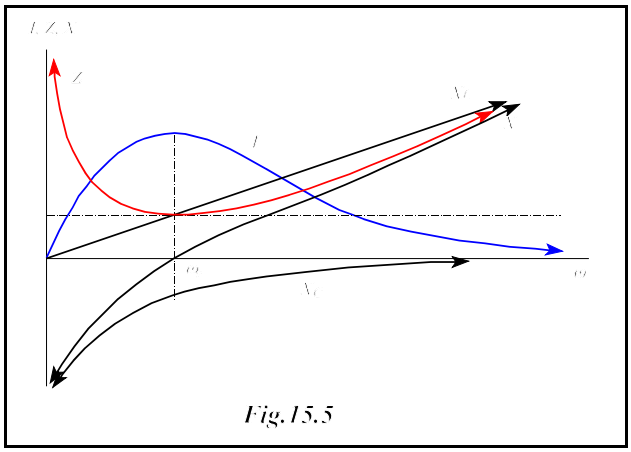


Fig. 15.5

15.5. ADMITANCIA, CONDUCTANCIA Y SUSCEPTANCIA.

Se denomina admitancia de una rama de un circuito a la inversa de la impedancia. Si ésta viene expresada en forma compleja, la admitancia será:

$$\overline{Y} = \frac{1}{\overline{Z}} \qquad (15.34)$$

La Ley de Ohm se puede expresar en función de la admitancia de la forma:

$$\bar{I} = \overline{Y}.\bar{U} \qquad (15.35)$$

Si se sustituye en (15.34), la impedancia por su valor, resulta:

$$\overline{Y} = \frac{1}{R+j.X} = \frac{R-j.X}{R^2+X^2} = \frac{R}{R^2+X^2} - j.\frac{X}{R^2+X^2} = G - j.B \qquad (15.36)$$

La parte real de la admitancia, **G** se denomina *conductancia*, y la parte imaginaria, **B**, *susceptancia*.

La unidad en el S.I., tanto para la admitancia, como para la conductancia y susceptancia, es el **Siemens (S)**[6].

[6] En algunos textos antiguos se utilizan Ω^{-1} (*ohmio recíproco*) y *mho*.

Conocidas la resistencia y reactancia de un circuito, se pueden calcular su admitancia, conductancia y susceptancia.

También a partir de la admitancia se puede calcular la impedancia, resistencia y reactancia, en efecto:

$$\bar{Z} = \frac{1}{G-j.B} = \frac{G + j.B}{G^2+B^2} = \frac{G}{G^2+B^2} + j.\frac{B}{G^2+B^2} = R + j.X \qquad (15.37)$$

De (15.37) se deduce que:

$$R = \frac{G}{G^2+B^2} \quad ; \quad X = \frac{B}{G^2+B^2}$$

15.6. CIRCUITOS PARALELOS. MÉTODO DE CÁLCULO.

Supongamos el circuito de la Fig. 15.6, en el cual las **n** impedancias están conectadas en paralelo, a una tensión común, $\bar{U}$.

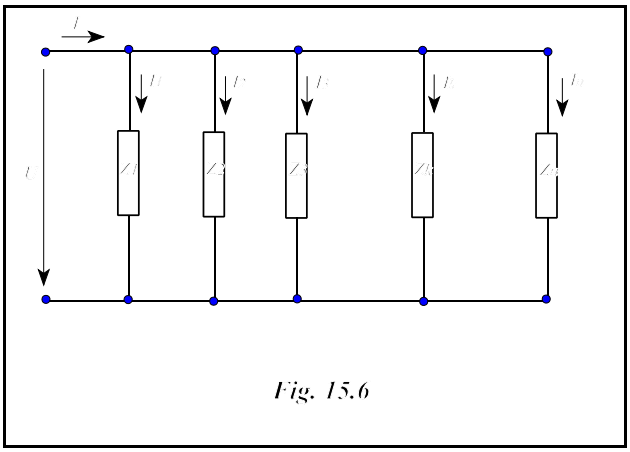


Fig. 15.6

Aplicando el primer lema de Kirchhoff, se verifica:

$$\bar{I} = \sum_{k=1}^{n} \bar{I}_k \qquad (15.38)$$

Siendo la intensidad de cada rama, en función de su admitancia, $\mathbf{Y_k}$:

$$\bar{Y}_k = G_k - j.B_k$$[7]

$$\bar{I}_k = \bar{U}.\bar{Y}_k \qquad (15.39)$$

Sustituyendo (15.39) en (15.38), resulta:

$$\bar{I} = \sum_{k=1}^{n} \bar{I}_k = \sum_{k=1}^{n} \bar{U}.\bar{Y}_k = \bar{U}\sum_{k=1}^{n} \bar{Y}_k \qquad (15.40)$$

[7] Se supone, en general, que las impedancias de las ramas son parcialmente inductivas, de ahí el signo menos de la susceptancia genérica, B_k.

Operando en (15.40), y teniendo en cuenta (15.39), resulta:

$$\bar{I} = \bar{U}[\sum_{k=1}^{n}(G_k - j.B_k)] = \bar{U}[\sum_{k=1}^{n}G_k - j\sum_{k=1}^{n}B_k] \qquad (15.41)$$

Pero según (15.35), la admitancia equivalente del circuito, **Y**, verifica:

$$\bar{I} = \bar{U}.\bar{Y} = \bar{U}.(G - j.B) \qquad (15.42)$$

Combinando (15.41) con (15.42), resulta:

$$G = \sum_{k=1}^{n} G_k \quad ; \quad B = \sum_{k=1}^{n} B_k \qquad (15.43)$$

Las expresiones (15.43) indican que, la conductancia equivalente de un circuito paralelo, es igual a la suma de las conductancias de sus ramas, y la susceptancia equivalente, es también igual, a la suma de las susceptancias de sus ramas.

En consecuencia, para el cálculo de un circuito paralelo se determinan las conductancias y las susceptancias de todas sus ramas, y en función de (15.43) se calcula la conductancia y susceptacia equivalente de todo el circuito. A partir de estos valores se calcula el valor de la admitancia total y mediante (15.42) se determina la intensidad total que absorben las **n** ramas. Las intensidades que circulan por cada una de las ramas se calculan según (15.39).

15.7.RESONANCIA DE CORRIENTES.

Sea un circuito paralelo constituido por dos ramas; la primera formada por una resistencia y autoinducción conectadas en serie, y la segunda por una capacidad y resistencia, también conectadas en serie (Fig. 15.7). Se dice que existe resonancia de corrientes, cuando la susceptancia de la admitancia equivalente del circuito, es nula.

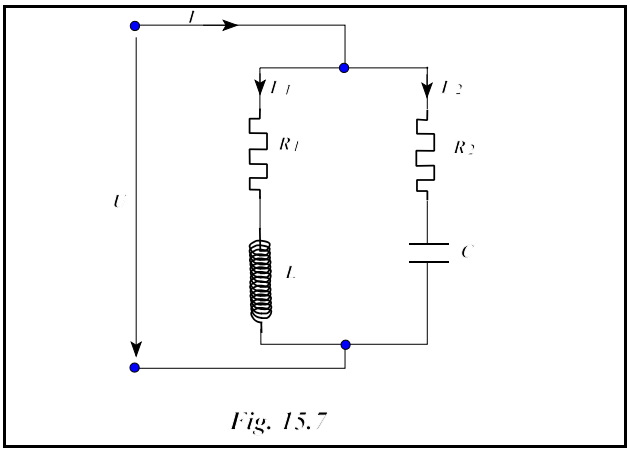


Fig. 15.7

En el circuito de la Fig.15.7, la admitancia equivalente, es igual a la suma de las admitancias de ambas ramas, es decir se tiene que cumplir:

$$\bar{Y} = \bar{Y}_1 + \bar{Y}_2 \qquad (15.44)$$

Siendo:

$$\overline{Y}_1 = \frac{R_1}{R_1^{\,2} + (\omega L)^2} - j.\frac{\omega L}{R_1^{\,2} + (\omega L)^2} \;\; ; \;\; \overline{Y}_2 = \frac{R_2}{R_2^{\,2} + (\frac{1}{\omega C})^2} + j.\frac{\frac{1}{\omega C}}{R_2^{\,2} + (\frac{1}{\omega C})^2}$$

Por tanto, la admitancia total del circuito será:

$$\overline{Y} = \frac{R_1}{R_1^{\,2} + (\omega L)^2} + \frac{R_2}{R_2^{\,2} + (\frac{1}{\omega C})^2} - j.\left[\frac{\omega L}{R_1^{\,2} + (\omega L)^2} - \frac{\frac{1}{\omega C}}{R_2^{\,2} + (\frac{1}{\omega C})^2}\right] \qquad (15.45)$$

De acuerdo con (15.42), la admitancia total del circuito, es:

$$\overline{Y} = G - j.B \qquad (15.46)$$

Combinando (15.45) con (15.46), resulta:

$$\left.\begin{aligned} G &= \frac{R_1}{R_1^2 + (\omega L)^2} + \frac{R_2}{R_2^2 + (\frac{1}{\omega C})^2} \\ B &= \frac{\omega L}{R_1^2 + (\omega L)^2} - \frac{\frac{1}{\omega C}}{R_2^2 + (\frac{1}{\omega C})^2} \end{aligned}\right\} \qquad (15.47)$$

De acuerdo con la condición de resonancia, la parte imaginaria de (15.47), es decir la susceptancia, tiene que ser nula. En consecuencia:

$$\frac{\omega L}{R_1^2 + (\omega L)^2} = \frac{\frac{1}{\omega C}}{R_2^2 + (\frac{1}{\omega C})^2} \qquad (15.48)$$

Operando en (15.48), resulta:

$$\omega^2 LC.[R_2^2 + (\frac{1}{\omega C})^2] = R_1^2 + (\omega L)^2$$

$$\omega^2.LC.R_2^2 + \frac{L}{C} = R_1^2 + \omega^2 L^2$$

$$\omega^2.L.C.R_2^2 - \omega^2 L^2 = R_1^2 - \frac{L}{C}$$

$$\omega^2.LC.(R_2^2 - \frac{L}{C}) = R_1^2 - \frac{L}{C}$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{\frac{(\frac{L}{C} - R_1^2)}{(\frac{L}{C} - R_2^2)}} \qquad (15.49)$$

Que es la frecuencia angular para la que se produce el fenómeno de resonancia de corrientes.

Si en (15.49), las resistencias de las dos ramas son iguales, entonces se verifica:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad (15.50)$$

En esta caso, la frecuencia de resonancia de corrientes, coincide con la de resonancia de tensiones, en los circuitos serie (15.31).

En el caso que nos ocupa, la admitancia no tiene más que conductancia, y por tanto, la intensidad que toma el circuito está en fase con la tensión que lo alimenta, y es mínima.

En él supuesto que las resistencias de ambas ramas fuesen nulas, la fuente no suministra intensidad, pero existe una circulación en las ramas en paralelo. Se produce un balanceo entre los campos eléctrico del condensador y el electromagnético de la autoinducción, siendo la fuente la que mantiene el proceso de forma indefinida, sin aportar energía.[8]

15.8. CIRCUITOS MIXTOS.

Un circuito mixto (Fig.15.8), está constituido por un conjunto de elementos conectados en serie, unidos a su vez con otros conectados en paralelo. En estos casos, en general, se conoce la tensión de alimentación, así como las características de todos los receptores que componen el circuito. Interesa conocer, las intensidades que circulan por cada elemento, así como las tensiones a que están conectados.

[8] El proceso es imaginario, ya que las resistencias de las ramas podrán ser muy pequeñas, pero nunca nulas.

Supongamos una rama **k** del circuito paralelo[9]. La admitancia de esta rama, es:

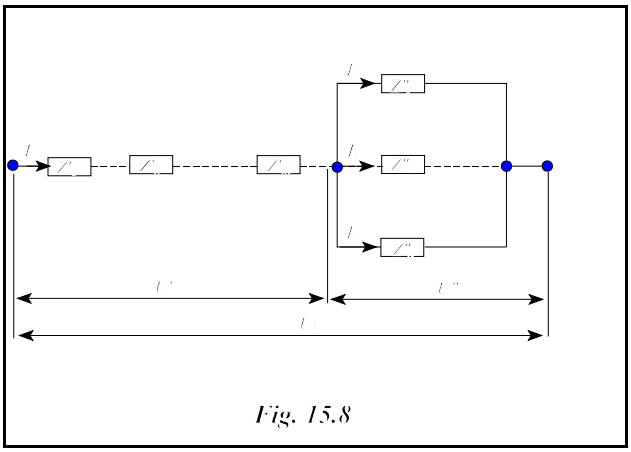


Fig. 15.8

$$\overline{Y''}_k = \frac{R_k}{R^2{}_k + X^2{}_k} - j.\frac{X_k}{R^2{}_k + X^2{}_k} = G_k - j.B_k \qquad (15.51)$$

La admitancia equivalente de los elementos conectados en paralelo **Y"**, es igual a la suma de las admitancias de las **n** ramas, que los constituyen. Es decir:

$$\overline{Y}'' = \sum_{k=1}^{n}\overline{Y_k} = \sum_{k=1}^{n}G_k - j\sum_{k=1}^{n}B_k = G'' - j.B'' \qquad (15.52)$$

La impedancia equivalente de (15.52) es:

$$\overline{Z}'' = \frac{1}{\overline{Y}''} = \frac{1}{G'' - jB''} = \frac{G''}{G''^2 + B''^2} + j.\frac{B''}{G''^2 + B''^2} \qquad (15.53)$$

Es decir:

$$\overline{Z}'' = R'' + j.X'' \qquad (15.54)$$

La impedancia equivalente de los **m** elementos conectados en serie, es:

$$\overline{Z}' = \sum_{k=1}^{m}\overline{Z'}_k = \sum_{k=1}^{m}R_k + j.\sum_{k=1}^{m}X_k = R' + j.X' \qquad (15.55)$$

La impedancia total equivalente del circuito, $\mathbf{Z_T}$, es igual a la suma de las impedancia de los elementos conectados en serie, **Z'**, y de los elementos conectados en paralelo, **Z"**. Por tanto, será:

$$\overline{Z}_T = \overline{Z}' + \overline{Z}'' = R'+j.X'+R''+j.X'' = R'+R''+j.(X'+X'') \qquad (15.56)$$

[9] Como en casos anteriores, se supone que la impedancia genérica es parcialmente inductiva, de ahí el signo menos de la susceptancia.

Ahora bien, la resistencia y reactancia equivalente del circuito, son respectivamente:

$$\left.\begin{aligned} R_T &= R' + R'' \\ X_T &= X' + X'' \end{aligned}\right\} \qquad (15.57)$$

Sustituyendo (15.57) en (15.56), resulta:

$$\bar{Z}_T = R_T + j.X_T \qquad (15.58)$$

La intensidad que absorbe el circuito mixto, es:

$$\bar{I} = \frac{\bar{U}_T}{\bar{Z}_T} \qquad (15.59)$$

Con objeto de determinar las intensidades que circulan por las ramas en paralelo, calculamos la tensión a las que están conectadas, **Ū"**.

$$\bar{U}'' = \bar{I}.\bar{Z}'' \qquad (15.60)$$

Las intensidades en las respectivas ramas serán:

$$\bar{I}_k = \bar{U}''.\bar{Y}''_k \qquad (15.61)$$

Las tensiones a las que están conectados cada uno de los **n** elementos conectados en serie serán:

$$\bar{U}'_k = \bar{I}.\bar{Z}'_k \qquad (15.62)$$

Con todo lo expuesto anteriormente queda calculado el circuito.