TEMA 16

POTENCIA EN CORRIENTE ALTERNA MONOFÁSICA

16.1 POTENCIA INSTANTÁNEA, MEDIA Y FLUCTUANTE.

Si un receptor es sometido a una tensión alterna de carácter senoidal, circula por él una corriente también de carácter senoidal de la misma pulsación. Suponiendo que en un instante los valores de la tensión y la intensidad sean positivos, la carga eléctrica que circula por el receptor está cediendo energía. Cuando la unidad de carga entra en el receptor tiene una energía **u** (julios) mayor que cuando sale. En efecto:

$$u = J.C^{-1} \quad (trabajo.carga^{-1})$$

La intensidad de la corriente se define como:

$$i = C.s^{-1} \quad (carga.tiempo^{-1})$$

La potencia instantánea se define como:

$$p = u.i \quad (J.C^{-1}C.s^{-1} = W) \qquad (16.1)$$

Debido a que **u** e **i** toman valores positivos y negativos, la potencia **p** también puede tomar valores positivos y negativos. En consecuencia pueden suceder dos casos:

p > 0 El receptor *absorbe potencia* eléctrica. Funcionará como *receptor*.

p < 0 El receptor *cede potencia* eléctrica. Funcionará como *generador*.

Si las expresiones senoidales de la tensión y la intensidad son:

$$u = U_m.sen(\omega t) = \sqrt{2}.U.sen(\omega t)$$

$$i = I_m.sen(\omega t - \varphi) = \sqrt{2}.I.sen(\omega t - \varphi)$$

La expresión de la potencia, de acuerdo con (16.1) es:

$$p = 2.U.I.sen(\omega t).sen(\omega t - \varphi)$$

$$p = U.I.\cos\varphi - U.I.\cos(2\omega t - \varphi) \qquad (16.2)$$

Se define potencia media:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p.dt = \frac{1}{T}\int_0^T [U.I.\cos\varphi - U.I.\cos(2\omega t - \varphi)].dt$$

$$P = U.I.\cos\varphi \qquad (16.3)$$

Volviendo a la potencia instantánea, vemos que ésta se compone de dos sumandos:

a) $U.I.\cos\varphi$

b) $U.I.\cos(2\omega t - \varphi)$

El primero define la *potencia media*, según acabamos de ver en (16.3). El segundo define la *potencia fluctuante*, que es una función senoidal de frecuencia doble a la de la tensión e intensidad, que fluctúa (de ahí su nombre) cuatro veces por período.

La potencia media, es la potencia que verdaderamente se transforma en el receptor en otro tipo de potencia (mecánica, calorífica, luminosa, etc.), se denomina también *potencia activa*.

La unidad de potencia en el **S.I.** es el **Vatio** (**W**), (un múltiplo muy corriente es el kilovatio (kW)).

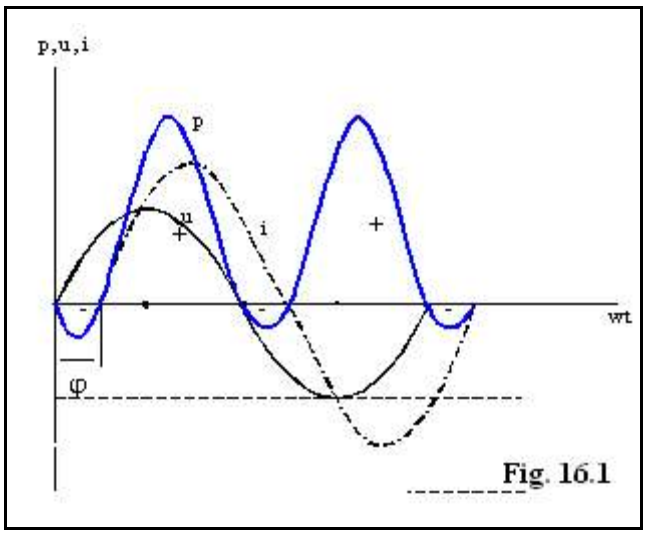


Fig. 16.1

En la figura 16.1, se representa la curva **p = u.i**, en la que se ve que existen dos zonas claramente diferenciadas; unas en las que el receptor absorbe potencia (el área limitada por la curva y el eje de abscisas es positiva), y otras en que la cede (el área limitada por la curva y el eje de abscisas es negativa).

16.2 FACTOR DE POTENCIA.

Se define factor de potencia a la relación entre la potencia media, **P** y el producto **U.I** :

$$K = \frac{P}{U.I} \qquad (16.4)$$

En el caso de tratarse de una tensión definida por una función perfectamente senoidal, el factor de potencia, **K**, coincidiría con el **cos** φ. En la práctica aunque esto no sea así, se suelen confundir los dos conceptos.

Si **cos** φ **> 0** el receptor *absorbe potencia* (P > 0)

Si **cos** φ **< 0** el receptor *cede potencia* (P < 0)

16.3 ELEMENTOS IDEALES.

Vamos a estudiar los casos particulares en los que el receptor sea uno cualquiera de los tres elementos ideales; **R**, **L** o **C**.

1.- Resistencia.

El desfase entre la tensión y la intensidad en una resistencia pura es cero, por tanto la potencia media **P** (16.2), será:

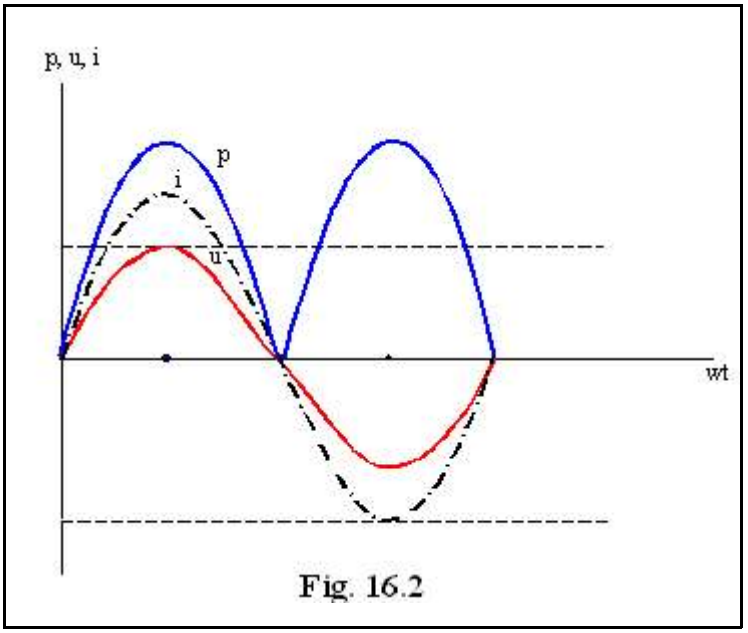


Fig. 16.2

$$p = U.I - U.I.\cos(2\omega t)$$

La potencia instantánea es siempre positiva.

La potencia media es:

$$P = U.I = I^2.R \qquad (16.6$$

Existe una transformación irreversible de la energía eléctrica en energía calorífica.

2.- Autoinducción.

El desfase entre la tensión y la intensidad en una autoinducción es **π/2**, por tanto la potencia media **P** (16.2), será:

$$p = U.I.\cos(\frac{\pi}{2}) - U.I.\cos(2\omega t - \frac{\pi}{2}) = - U.I.sen(2\omega t) \quad (16.7)$$

La potencia media es:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T - U.I.sen(2\omega t).dt = 0 \quad (16.8)$$

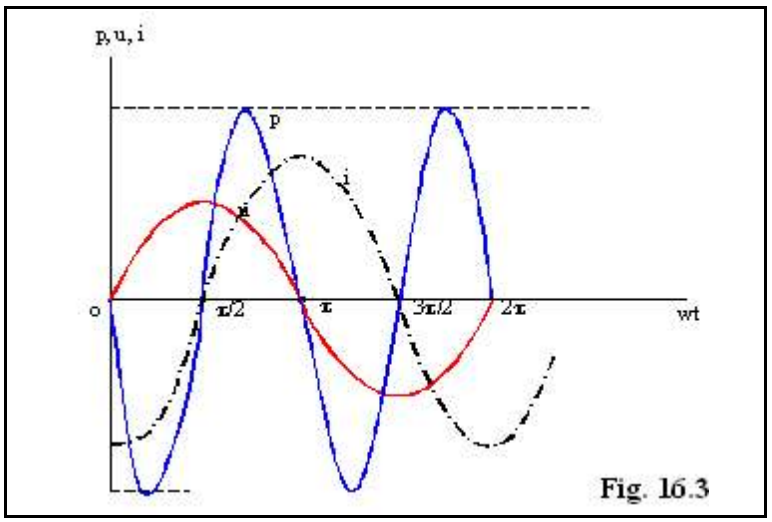


Fig. 16.3

3.- Capacidad.

El desfase entre la tensión y la intensidad en una capacidad es **- π/2**, por tanto la potencia media **P** (16.2), será:

$$p = U.I.\cos(-\frac{\pi}{2}) - U.I.\cos(2\omega t + \frac{\pi}{2}) = U.I.sen(2\omega t) \quad (16.9)$$

La potencia media es:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T U.I.sen(2\omega t).dt = 0 \quad (16.10)$$

La variación de la potencia la tenemos reflejada en la figura 16.4

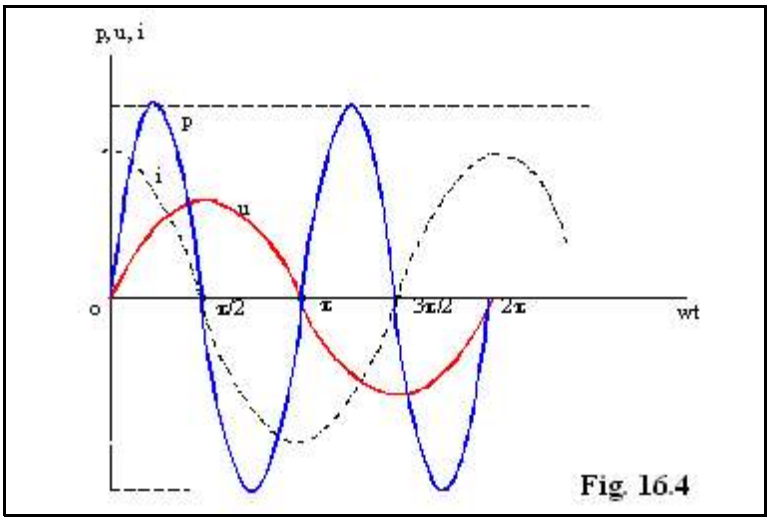


Fig. 16.4

16.4 POTENCIA ACTIVA, REACTIVA Y APARENTE EN UNA IMPEDANCIA.

Sea una impedancia **Z**, sometida a una tensión senoidal de pulsación **ω**. Tomando como origen de fases la tensión y suponiendo que se trate de una impedancia parcialmente inductiva, la intensidad irá retrasada un ángulo φ (φ = cos $^{-1}$ φ).

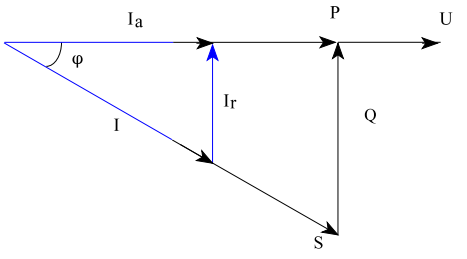


Fig.16.5

La representación vectorial de la tensión y la intensidad, se ve en la figura 16.5

La componente de la intensidad según la tensión **U**, se llama *componente activa;* I_a, la componente según la perpendicular a la tensión *componente reactiva;* I_r.

De acuerdo con la Fig. 16.5 resulta:

$$\left.\begin{aligned} I_a &= I.\cos\varphi \\ I_r &= I.sen\varphi \end{aligned}\right\} \qquad (16.11)$$

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_r^2}$$

Si en el diagrama de intensidades se aplica una semejanza de razón **U**, se obtiene el diagrama de potencias (Fig.16.5).

La componente según la tensión, recibe el nombre de *potencia activa*:

$$P_a = U.I_a = U.I.\cos\varphi \qquad (16.12)$$

Y por tanto coincide con la potencia media. Su unidad, en el **S.I**. es el **vatio (W)**.

La componente según la perpendicular a la tensión recibe el nombre de *potencia reactiva* y está definida por:

$$Q = U.I_r = U.I.sen\varphi \qquad (16.13)$$

La unidad en el **S.I.** es el **Voltio-Amperio-reactivo (VAr)**.

La componente según la intensidad recibe el nombre de *potencia aparente*:

$$S = U.I \qquad (16.14)$$

La unidad, en el **S.I.** es el **Voltio-Amperio (VA)**.

Entre las tres potencias (16.12), (16.13) y (16.14) se verifica:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \;\; ; \;\; \overline{S} = P + j.Q \qquad (16.15)$$

16.5 MEJORA DEL FACTOR DE POTENCIA.

Cuando en un receptor existe un desfase importante entre la intensidad absorbida y la tensión aplicada, el factor de potencia es bajo.

De toda la intensidad que alimenta un receptor, solamente la componente activa va a desarrollar energía activa (calor, energía mecánica, energía luminosa, etc.), dicha componente es directamente proporcional al factor de potencia,

$$I_a = I.\cos\varphi$$

Por tanto solamente una parte de la potencia demandada, la componente activa, va a utilizarse desde el punto de vista práctico.

Debido a que las Tarifas Eléctricas establecen recargos sobre los consumos de energía reactiva y que ésta última es fácil de evitar, debe mejorarse el factor de potencia en todas las instalaciones, y en particular en aquéllas en la que se establecen *recargos por reactiva*. Para lograrlo se colocan a la entrada de la instalación, un equipo de condensadores conectados en paralelo.

Se calcula a continuación la capacidad necesaria para lograr en una instalación que el factor de potencia medio pase del valor **cos** φ a **cos** φ', siendo:

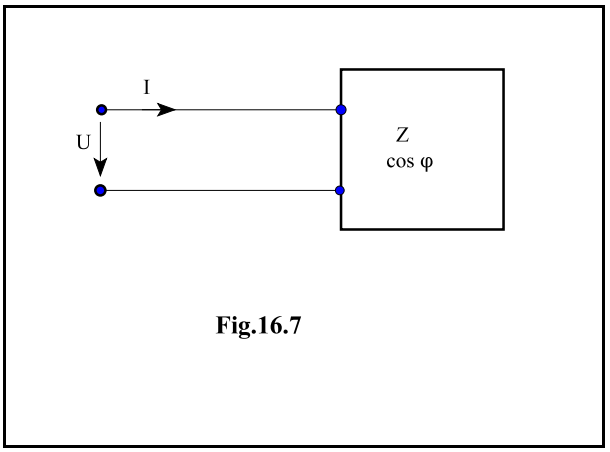


Fig.16.7

$$\cos\varphi < \cos\varphi'$$

Se supone que la instalación está reducida a una impedancia equivalente **Z**,

El diagrama vectorial correspondiente, es el representado en la Fig.16.8. Donde:

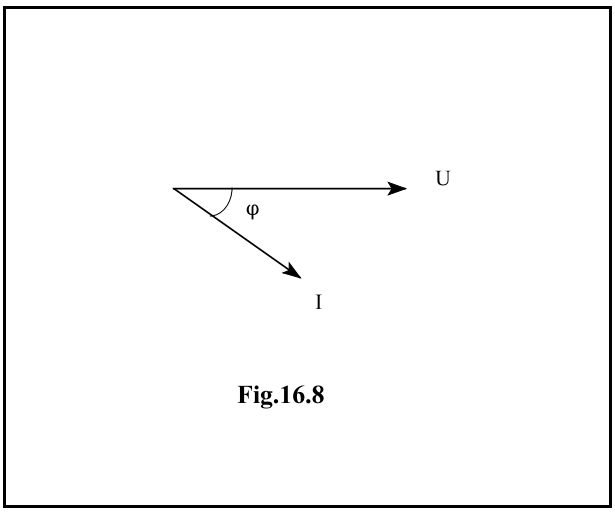


Fig.16.8

Z: Representa la impedancia equivalente de la instalación a considerar.

U: Valor eficaz de la tensión a la entrada de la instalación receptora.

I: Valor eficaz de la intensidad absorbida por la instalación.

φ: Desfase entre la tensión y la intensidad en el receptor

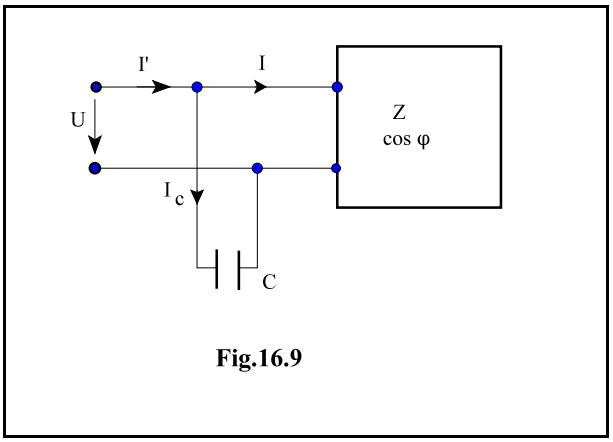


Fig.16.9

Se coloca un condensador en paralelo con **Z**, tal como se indica en la figura 16.9

En estas condiciones, el diagrama correspondiente es el de la figura 16.10.

Vemos en la Fig.16.10 que las intensidades **I** e **I'** tienen la misma componente activa, por lo que el receptor **Z**, desarrollará la misma potencia antes que después de colocar el equipo de condensadores. Sin embargo, después de colocar el equipo, la intensidad aparente que suministra la línea al receptor es menor.

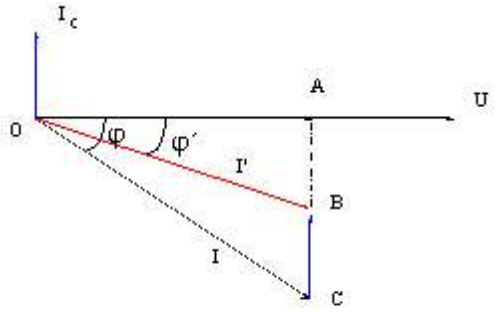


Fig.16.10

De lo dicho anteriormente se extraen dos conclusiones:

1ª) La sección del conductor podrá ser menor.

2ª) Las pérdidas en el transporte habrán disminuido.

Volviendo al diagrama de la Fig. 16.10, se verifica:

$$BC = AC - AB \quad ; \quad BC = I_c$$

$$AC = OA.tang\varphi \quad ; \quad OA = OC.\cos\varphi \quad ; \quad OC = I$$

$$AC = I.\cos\varphi.tang\varphi \quad ; \quad AB = OA.tang\varphi'$$

$$AB = I.\cos\varphi.tang\varphi'$$

$$I_c = I.\cos\varphi.(tang\varphi - tang\varphi') \qquad (16.16)$$

También podemos llegar a la misma expresión utilizando expresiones complejas. En efecto:

$$\bar{I} = I\angle -\varphi \quad ; \bar{I}_c = I_c\angle\frac{\pi}{2} \quad ; \quad \bar{I}' = I'\angle -\varphi' \qquad (16.17)$$

Pero la intensidad que absorbe el receptor, una vez colocado el condensador, es:

$$\bar{I}' = \bar{I} + \bar{I}_c = I\angle -\varphi + I_c\angle\frac{\pi}{2} \qquad (16.18)$$

Por tanto:

$$I'.\cos\varphi' - j.I'.sen\varphi' = I.\cos\varphi - j.I.sen\varphi + j.I_c \qquad (16.19)$$

Identificando las partes reales e imaginarias de (16.19), resulta:

$$\left.\begin{aligned} I'.\cos\varphi' &= I.\cos\varphi \\ I'.sen\varphi' &= I.sen\varphi - I_c \end{aligned}\right\} \qquad (16.20)$$

Operando (16.20),

$$I' = I.\frac{\cos\varphi}{\cos\varphi'} \;\; ; \;\; I.\frac{\cos\varphi}{\cos\varphi'}.sen\varphi' = I.sen\varphi - I_c \qquad (16.21)$$

Despejando I_c:

$$I_c = I.sen\varphi - I.\cos\varphi.tang\varphi' = I.\cos\varphi.[\frac{sen\varphi}{\cos\varphi} - tang\varphi']$$

$$I_c = I.\cos\varphi.(tang\varphi - tang\varphi') \qquad (16.22)$$

Expresión que define la intensidad que debe absorber el equipo de condensadores para mejorar el factor de potencia, y pasar así de **cos** φ a **cos** φ'.

Multiplicando los dos miembros de (16.16) o (16.22) por la tensión **U**, se obtiene:

$$U.I_c = U.I.\cos\varphi.(tang\varphi - tang\varphi') \qquad (16.23)$$

Pero en (16.23) se tiene:

$U.I_c$ = Potencia que toma de la línea el equipo de condensadores **C**.

$U.I.\cos\varphi$ = Potencia que absorbe el receptor **Z.**

Por tanto (16.23) se puede escribir:

$$Q = P.(tang\varphi - tang\varphi') \qquad (16.24)$$

La expresión (16.24) define la potencia reactiva que hay que instalar para mejorar el factor de potencia de la instalación.

En la prática, la potencia que hay que instalar para mejorar el factor de potencia, se obtiene construyendo una tabla a partir de la expresión (16.24) tomando **P = 1 kW**. En la primera columna se colocan los **cos** φ existente, de 0,2 en 0,2 (normalmente de empieza por 0,6) y en la primera fila los **cos** φ**'** que se pretenden alcanzar (empezando po 0,8). De esta forma cada elemento de la tabla indica los **kVAr** que hay que instalar para pasar de un **cos** φ a un **cos** φ**',** por cada **kW** instalado. Multiplicando la citada cantidad por la potencia activa del receptor obtendremos la potencia reactiva capacitiva que hay que instalar (el valor se fuerza al más próximo por exceso de los equipos de condensadores que se encuentran en el mercado).

Tabla para calcular la potencia reactiva para mejorar el factor de potencia de una instalación (kVar por cada kW)

cos φ (existentes)	***cos φ' (que se pretende alcanzar)***					
	0,80	**0,85**	**0,90**	**0,95**	**0,98**	**1,00**
0,60	0,583	0,714	0,849	1,005	1,130	1,333
0,62	0,515	0,646	0,781	0,937	1,062	1,265
0,64	0,451	0,581	0,849	0,872	0,998	1,201
0,66	0,388	0,519	0,849	0,810	0,935	1,138
0,68	0,328	0,459	0,594	0,517	0,875	1,078
0,70	0,270	0,400	0,536	0,692	0,817	1,020
0,72	0,214	0,344	0,480	0,635	0,761	0,964
0,74	0,159	0,289	0,425	0,580	0,706	0,909
0,76	0,105	0,235	0,371	0,526	0,652	0,855
0,78	0,052	0,183	0,318	0,474	0,599	0,802
0,80	0,000	0,130	0,266	0,421	0,547	0,750
0,82	0,000	0,078	0,214	0,369	0,495	0,698
0,84	0,000	0,026	0,162	0,317	0,443	0,646
0,86	0,000	0,000	0,109	0,265	0,390	0,593
0,88	0,000	0,000	0,055	0,211	0,337	0,540
0,90	0,000	0,000	0,000	0,156	0,281	0,484
0,92	0,000	0,000	0,000	0,097	0,223	0,426
0,94	0,000	0,000	0,000	0,034	0,160	0,363
0,96	0,000	0,000	0,000	0,000	0,089	0,292
0,98	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,203

Por ejemplo, si se dispone de una instalación con una potencia de 20 **kW** y factor de potencia **0,7** y se pretende alcanzar un factor de potencia **0,9** habrá que instalar un equipo de condensadores que absorban una potencia reactiva de **0,536 kVAr. kW^{-1} x 20 kW = 10,72 kVAr** (según se desprende de la anterior tabla).

16.6. EXPRESIÓN COMPLEJA DE LA POTENCIA ALTERNA MONOFÁSICA.

Supongamos que se tiene una impedancia parcialmente inductiva, **Z,** conectada a una fuente de tensión alterna senoidal **U.**

En un instante **t**, la situación de los vectores que definen el sistema, es la que se refleja en la Fig.16.11:

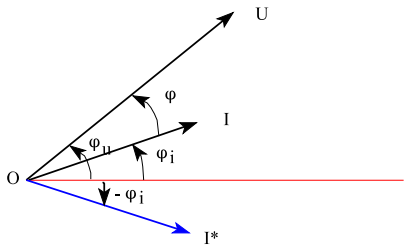


Fig.16.11

Las expresiones complejas son:

$$\bar{U} = U\angle\varphi_u$$

$$\bar{I} = I\angle\varphi_i$$

$$\bar{I}^* = I\angle -\varphi_i$$

Como:

$$\bar{Z} = Z\angle\varphi \quad ; \quad \varphi = \varphi_u - \varphi_i$$

La potencia aparente, **S**, que toma el receptor, **Z,** es según (16.15):

$$\bar{S} = P + j.Q$$

Siendo:

$$P = U.I.\cos\varphi \quad y \quad Q = U.I.sen\varphi \qquad (16.25)$$

Por tanto si en (16.15) se sustituye (16.25), resulta:

$$\bar{S} = U.I.\cos\varphi + j.U.I.sen\varphi = U.I\angle\varphi \qquad (16.26)$$

Se demuestra que $\bar{U}.\bar{I}^*$, coincide con la potencia aparente. En efecto:

$$\bar{U}.\bar{I}^* = U\angle\varphi_u.I\angle -\varphi_i = U.I\angle\varphi_u - \varphi_i = U.I\angle\varphi \qquad (16.27)$$

Pero de acuerdo con la Fig. 16.8, $\varphi_u - \varphi_i = \varphi$, luego (16.27) coincide con (16.26), como se quería demostrar.

En consecuencia: *La potencia aparente que toma un receptor monofásico, conectado a una fuente de tensión alterna senoidal, es igual al producto de dos números complejos; uno representa la tensión, y otro el conjugado de la intensidad que absorbe.*

16.7 TEOREMA DE BOUCHEROT [1].

Consideremos una fuente senoidal **U** que alimenta un conjunto de **n** impedancias conectadas en serie ($\mathbf{Z_1, Z_2, ... Z_k, ..., Z_n}$).

De acuerdo con el principio de conservación de la energía, la potencia activa suministrada por la fuente es igual a la suma de las potencias activas consumidas por los receptores.

Vamos a estudiar que pasa con las potencias aparentes y reactivas.

La ecuación de tensiones, en expresión compleja es:

$$\overline{U} = \overline{U}_1 + ... + \overline{U}_k + ... + \overline{U}_n \qquad (16.28)$$

Donde $\overline{U}_k$ es la expresión compleja de la tensión a la que está sometida la impedancia $\overline{Z}_k$.

Se puede expresar la ecuación (16.28) como:

$$\overline{U} = \sum_{k=1}^{n} \overline{U}_k = \sum_{k=1}^{n} U_k \angle \varphi_k = \sum_{k=1}^{n} U_k.\cos\varphi_k + j.\sum_{k=1}^{n} U_k.sen\varphi_k \qquad (16.29)$$

Pero:

$$\overline{U} = U\angle\varphi = U.\cos\varphi + jU.sen\varphi \qquad (16.30)$$

Por tanto identificando (16.29) y (16.30), resulta:

$$U.\cos\varphi = \sum_{k=1}^{n} U_k.\cos\varphi_k \quad ; \quad U.sen\varphi = \sum_{k=1}^{n} U_k.sen\varphi_k \qquad (16.31)$$

Multiplicando (16.31) por **I**:

$$U.I.\cos\varphi = I.\sum_{k=1}^{n} U_k.\cos\varphi_k \quad ; \quad U.I.sen\varphi = I.\sum_{k=1}^{n} U_k.sen\varphi_k \qquad (16.32)$$

Operando en (16.32)

$$U.I.\cos\varphi = \sum_{k=1}^{n} U_k.I.\cos\varphi_k \quad ; \quad U.I.sen\varphi = \sum_{k=1}^{n} U_k.I.sen\varphi_k \qquad (16.33)$$

[1] Paul Boucherot (1869-1943) Ingeniero y científico francés. Ideó la distribución de la corriente eléctrica de intensidad constante. Se interesó por las aplicaciones de las corrientes polifásicas para motores asíncronos y estudió la conservación de la potencia reactiva de los alternadores, sus fugas magnéticas, etc.

Pero:

$$\sum_{k=1}^{n} U_k.I.\cos\varphi_k = \sum_{k=1}^{n} P_k \;\; ; \;\; \sum_{k=1}^{n} U_k.I.sen\varphi_k = \sum_{k=1}^{n} Q_k \qquad (16.34)$$

$$U.I.\cos\varphi = P \;\; ; \;\; U.I.sen\varphi = Q$$

Combinando (16.33) y (16.34), resulta:

$$P = \sum_{k=1}^{n} P_k \;\; ; \;\; Q = \sum_{k=1}^{n} Q_k \qquad (16.35)$$

Esta demostración se puede extender fácilmente a un conjunto de receptores en paralelo, tomando como origen de fases la tensión común.

Resulta por tanto que, para un conjunto de receptores conectados en serie o en paralelo, y alimentados por una fuente monofásica, se verifica:

$$P = \sum_{k=1}^{n} P_k$$

La potencia activa suministrada por la fuente, es igual a la suma de las potencias activas consumidas por cada uno de los receptores alimentados.

También:

$$Q = \sum_{k=1}^{n} Q_k$$

La potencia reactiva suministrada por la fuente, es igual a la suma de las potencias reactivas consumidas por cada uno de los receptores.

Ahora bien:

$$U.I < U_1.I + \ldots\ldots\ldots + U_k.I + \ldots\ldots\ldots + U_n.I \qquad (16.36)$$

O bien:

$$S \leq \sum_{k=1}^{n} S_k$$

La potencia aparente suministrada por el generador no es igual a la suma de las potencias aparentes de los receptores, si no que, en general, es inferior. Se dice que en las potencias aparentes no hay principio de conservación de las potencias.

En el sistema precedente sólo existía una entrada de energía, y no contenía más que elementos pasivos. La propiedad de conservación de la potencia reactiva puede ser generalizada fácilmente a máquinas eléctricas o a sistemas cualesquiera con varias entradas de energía, siempre que estas entradas se hagan con la misma frecuencia. Esta proposición constituye el teorema de Boucherot, que se enuncia así: *En un sistema que recibe energía eléctrica en corriente alterna monofásica, a una sola frecuencia, la potencia reactiva consumida es igual a la potencia reactiva suministrada desde el exterior.*

En un convertidor de frecuencia donde se intercambia energía con dos redes de corriente alterna de frecuencias distintas, la potencia reactiva consumida en la máquina no es igual a la suma de las potencias suministradas separadamente por cada una de las redes.

Cuando la alimentación se efectúa con una sola frecuencia, el teorema de Boucherot aporta un método muy práctico, para el estudio de los circuitos en corriente alterna. En los métodos vectoriales y complejos se estudian de forma global los vectores y complejos, respectivamente, en el método de Boucherot, nos basamos en la conservación separada de las potencias; activas y reactivas. El cálculo se presenta como una contabilidad con dos partidas:

a) La potencia activa, expresada en vatios:

$$P = \sum_{k=1}^{n} P_k$$

b) La potencia reactiva, expresada en voltio-amperios-reactivos:

$$Q = \sum_{k=1}^{n} Q_k$$

De ellos se deduce la potencia aparente, expresada en voltio-amperios:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Y a partir de esta, la intensidad o tensión desconocida, por medio de la expresión:

$$S = U.I$$