PROHIBIDA SU PUBLICACIÓN

TEMA 17

APARATOS DE MEDIDA

17.1. DEFINICIÓN.

Un aparato de medida es un sistema que permite establecer la correspondencia entre una magnitud física que se pretende medir, con otra susceptible de ser percibida por los sentidos. Para ello es preciso utilizar como intermedio una magnitud eléctrica.

El sentido elegido dependerá del fenómeno que se trate de conocer y de la posibilidad que ofrezca cada uno de ellos.

El sentido de la vista, en general, es el que mejor se presta a las percepciones precisas de los fenómenos que pretendemos cuantificar. Por tanto, la mayor parte de los aparatos de medida eléctricos utilizan este sentido. En menor medida se utiliza el sentido del oído[1].

Un aparato de medida aparece como una cadena de transmisión, que no puede ser considerada de forma independiente, entre lo que está en su entrada y en su salida: es decir el fenómeno y el órgano de percepción.



Fig.17.1

[1]Mediante el sonido se busca distinguir entre dos sonidos, ya sean por las intensidades o los tonos, las diferencias, siendo más fácil distinguir entre dos tonos próximos que entre dos intensidades. Utilizamos el órgano del olfato cuando la corriente que circula por un conductor alcanza un cierto valor, lo que origina que el conductor "se tueste". Pero hay que tener en cuenta que cuando se utiliza este sentido es porque el material se está deteriorando, sin que de un aspecto preciso del fenómeno. El sentido del gusto nos permite apreciar, utilizando la lengua, si una pila de linterna está en buenas condiciones (esta prueba se debe hacer con prudencia). Mediante el tacto podemos apreciar las vibraciones o el calor.

El órgano de percepción no tiene porque ser necesariamente un experimentador, puede que el aparato se encuentre acoplado a un sistema destinado a controlar la marcha de un dispositivo eléctrico. Es lo que se conoce como servomecanismo. La medida en este caso, provoca una acción en el fenómeno. El esquema es el de la Fig. 17.2

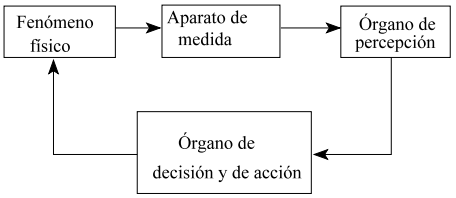


Fig. 17.2

El órgano de decisión y de acción, actúa sobre el fenómeno, lo que permite cerrar la cadena.

17.2. TIPOS DE APARATOS.

En un aparato de medida eléctrico se distingue el *traductor*; que establece una correspondencia entre una magnitud física y otra eléctrica, y el *motor*, que establece una correspondencia entre la magnitud eléctrica y la que es susceptible de ser percibida por un sentido.

Bien entendido, que el sistema motor es independiente de la magnitud que se pretende medir, ya que no hace intervenir más que la magnitud de salida del traductor y el órgano de percepción.

Entre los sistemas motores perceptibles por el sentido de la vista se distinguen los eléctricos, que dispone de un órgano móvil mecánico, generalmente una aguja, y los electrónicos en los que el órgano móvil es un pincel de electrones. En este tema estudiaremos únicamente los eléctricos.

Los aparatos eléctricos de medida disponen de un elemento motor que gira cuando pasa por él una corriente. De acuerdo con el sistema motor utilizado, se pueden clasificar los siguientes tipos:

17.3. APARATOS MAGNETOELÉCTRICOS O DE CUADRO MÓVIL.

Se basan en la acción de un campo magnético constante, sobre un cuadro móvil por el que circula una corriente. Su símbolo es el de la Fig. 17.3.

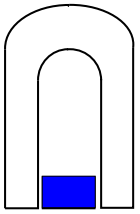


Fig.17.3

El fundamento es el siguiente: Los conductores que constituyen el cuadro[2], están sometidos a una inducción magnética cuya dirección y magnitud son función de la posición que tenga el cuadro. El cuadro gira por la acción de un par. Cuando el cuadro ha girado un **dθ**, a partir de un cierto ángulo **θ,** el trabajo desarrollado es:

$$\Gamma_m.d\theta = i.d\Phi \qquad (17.1)$$

Despejando Γ_m de (17.1), resulta:

$$\Gamma_m = i.\frac{d\Phi}{d\theta} \qquad (17.2)$$

Este par electromagnético se ve contrarrestado por un par antagonista que se ejerce por: muelles en espiral, o hilos de torsión. En definitiva se tiene:

$$\Gamma_r = C.\theta \qquad (17.3)$$

Igualando (17.2) con (17.3), se tiene:

$$\theta = \frac{i}{C}.\frac{d\Phi}{d\theta} \qquad (17.4)$$

Campo magnético uniforme.

El entrehierro está limitado por superficies planas y paralelas, (Fig.17.4). En este caso se verifica:

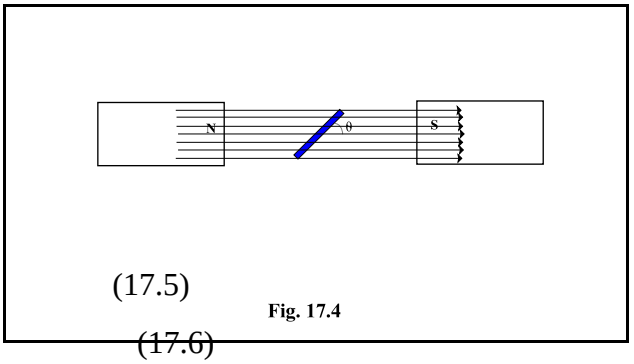


Fig. 17.4

$$\Phi = n.A.B.sen\theta \qquad (17.5)$$

$$\frac{d\Phi}{d\theta} = n.A.B.\cos\theta \qquad (17.6)$$

Sustituyendo (17.6) en (17.4) resulta:

$$\theta = \frac{i}{C}.n.A.B.\cos\theta \qquad (17.7)$$

Haciendo:

$$K = n.A.B$$

La expresión (17.7) se puede escribir:

$$\theta = \frac{K}{C}.i.\cos\theta \qquad (17.8)$$

[2] El cuadro, en los aparatos clásicos, es rectangular y está formado por **n** espiras de superficie **A**

La desviación de la aguja es *casi proporcional* a la intensidad de la corriente que circula por el cuadro. Esta proporción solo es cierta para valores pequeños del ángulo girado **θ.**

Campo magnético radial.

Las piezas polares forman un cilindro, en el seno del cual se encuentra situado el núcleo de hierro dulce (Fig. 17.5). En el entrehierro se coloca el cuadro.

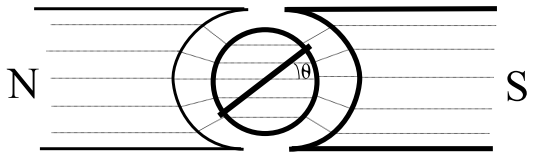


Fig.17.5

En este supuesto, la inducción magnética es *radial* y tiene una magnitud constante. El flujo cortado en este caso es:

$$\Phi = n.A.B.\theta \qquad (17.9)$$

$$\frac{d\Phi}{d\theta} = n.A.B$$

Y por tanto (17.4) se convierte en:

$$\theta = \frac{n.A.B.i}{C} \qquad (17.10)$$

Haciendo, como en el caso anterior:

$$K = n.A.B$$

Se tiene:

$$\theta = \frac{K}{C}.i \qquad (17.11)$$

El ángulo girado es proporcional a la intensidad que circula por el cuadro.

17.4. APARATOS FERROMAGNÉTICOS.

Se basan en la acción de un campo magnético creado por un circuito recorrido por una corriente sobre piezas de hierro dulce, que son móviles.

Su símbolo es el de la Fig. 17.6

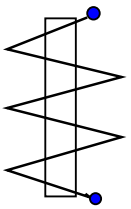


Fig.17.6

Se distinguen dos tipos aparatos:

☞ De atracción.
☞ De repulsión.

17.4.1. APARATOS DE ATRACCIÓN.

Estos aparatos se basan en la acción que ejerce sobre una pieza de hierro dulce móvil, una bobina fija recorrida por una corriente.

En la Fig. 17.7 se ha representado de forma esquemática el sistema motor ferromagnético de atracción.

Al par motor se opone un par de torsión de un muelle en espiral (no representado en la figura).

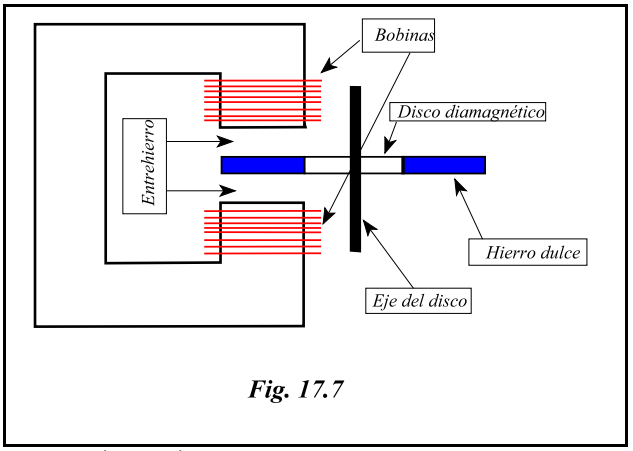


Fig. 17.7

El par motor es:

$$\Gamma_m = \frac{d(½.L.i^2)}{d\theta} \qquad (17.12)$$

En efecto, la variación del coeficiente de autoinducción del circuito cuando la autoinducción de la bobina pasa de **L** a **L+dL** se realiza a base de ceder la fuente de alimentación una energía dW:

$$dW = e.i.dt = \frac{d\Phi}{dt}.i.dt = d\Phi.i \qquad (17.13)$$

Pero como $\Phi = \mathbf{L.i}$, resulta:

$$d\Phi = di.L \qquad (17.14)$$

Sustituyendo (17.14) en (17.13), resulta:

$$dW = L.i.di = d(½.L.i^2) \qquad (17.15)$$

Ahora bien, el trabajo realizado por el par motor $\mathbf{\Gamma_m.d\theta}$ se almacena en la autoinducción de la bobina. Por tanto:

$$\Gamma_m.d\theta = d(½.L.i^2) = ½.i^2.dL \qquad (17.16)$$

Suponiendo que la bobina tenga **n** espiras, la inductancia del circuito magnético, según (10.16) es:

$$L = \frac{n^2}{\mathfrak{R}} \quad ; \quad \frac{dL}{d\theta} = n^2 . \frac{d(\frac{1}{\mathfrak{R}})}{d\theta} \tag{17.17}$$

Sustituyendo (17.17) en (17.12), resulta:

$$\Gamma_m = (\frac{n^2}{2}).[\frac{d(\frac{1}{\mathfrak{R}})}{d\theta}].i^2 \tag{17.18}$$

Despreciando la reluctancia del hierro frente al entrehierro, y suponiendo que la pieza móvil sea una corona circular de hierro dulce de dimensiones **(r_2 - r_1)** (radios externo e interno de la corona respectivamente), la reluctancia del circuito magnético es:

$$\mathfrak{R} = \frac{2.d}{\mu_0.b.(r_2 - r_1)} \quad ; \quad \frac{1}{\mathfrak{R}} = \frac{\mu_0.b.(r_2 - r_1)}{2.d} \tag{17.19}$$

Donde:
μ_0 = Permeabilidad magnética del aire.
d = Valor del entrehierro a cada lado del disco.
r_2 = Radio exterior de la corona circular que constituye la pieza móvil de hierro dulce.
r_1 = Radio interior de la corona circular que constituye la pieza móvil de hierro dulce.
b = Anchura del circuito magnético.

Diferenciando (17.19) resulta:

$$d(\frac{1}{\mathfrak{R}}) = \frac{\mu_0.b}{2.d}.dr \tag{17.20}$$

Sustituyendo (17.20) en (17.18) resulta:

$$\Gamma_m = \frac{n^2.\mu_0.b}{4.d}.\frac{dr}{d\theta}.i^2 \tag{17.21}$$

En el equilibrio el par motor y el resistente se igualan, por tanto se verifica:

$$\frac{n^2.\mu_0.b}{4.d}.\frac{dr}{d\theta}.i^2 = C.\theta \tag{17.22}$$

Haciendo en (17.22)

$$\frac{n^2.\mu_0.b}{4.d.C} = K$$

Resulta:

$$K.\frac{dr}{d\theta}.i^2 = \theta \qquad (17.23)$$

Si se pretende obtener una graduación de forma cuadrática, se hace:

$$\frac{dr}{d\theta} = \mu(C^{te}) \qquad (17.24)$$

Integrando (17.24) resulta[3]:

$$r = \mu.\theta + \lambda \qquad (17.25)$$

Si se pretende que la graduación sea lineal:

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{\mu}{\theta} \qquad (17.26)$$

Integrando (17.26) resulta[4]:

$$r = \mu.\ln\theta + \lambda \qquad (17.27)$$

Es decir, eligiendo de forma conveniente el perfil del diente, obtenemos el tipo de graduación que se requiere.

17.4.2. APARATOS DE REPULSIÓN.

En este tipo de aparatos (Fig. 17.8), una bobina fija imanta un conjunto de dos piezas de hierro dulce, una de las cuales es fija y la otra móvil. Las piezas se rechazan, ya que estando las dos situadas en el mismo campo magnético, tienen polos magnéticos enfrentados del mismo signo.

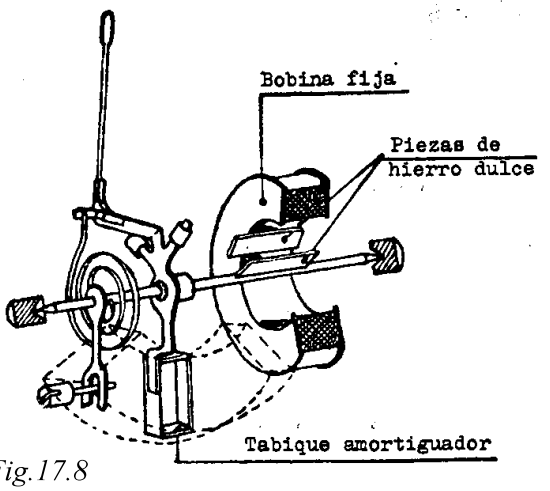


Fig.17.8

El par motor, que es proporcional a la imantación de cada pieza móvil, es proporcional al cuadrado de la corriente, siendo función del ángulo girado θ (este

[3]El diente magnético en el hierro dulce es una espiral de Arquímedes.

[4]El diente magnético en el hierro dulce está definido por la curva (17.27)

ángulo caracteriza la posición del sistema móvil). Este par motor tiene un par antagonista constituido por un muelle en espiral. En el equilibrio se tiene: $\mathbf{i^2 = \varphi(\theta)}$. La configuración de la escala es función de la disposición y forma de las piezas móviles.

17.5. APARATOS ELECTRODINÁMICOS.

Se basan en la acción mutua de dos corrientes; una que pasa por una bobina fija, y otra por una móvil.

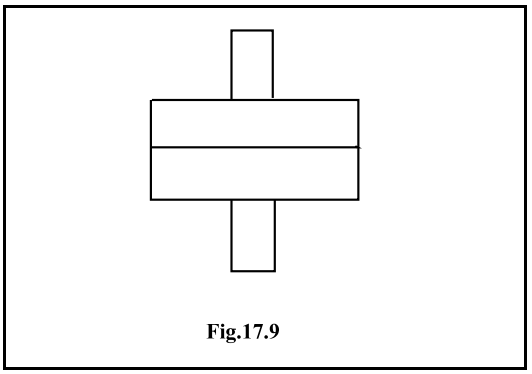


Fig.17.9

Su símbolo es el de la Fig. 17.9

El circuito fijo, está formado por hilo grueso, recorrido por una corriente $\mathbf{i_1}$, esta corriente crea un campo magnético proporcional a ella y actúa sobre una bobina móvil de hilo fino, recorrida por una corriente $\mathbf{i_2}$.

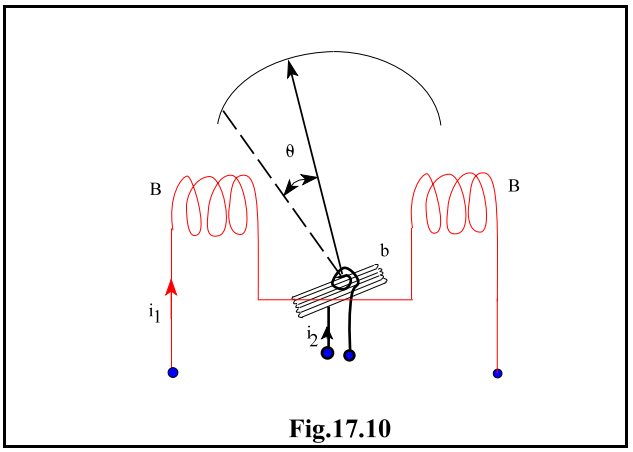


Fig.17.10

El campo inductor, lo crea una bobina fija **B**, por la que pasa una corriente $\mathbf{i_1}$. Otra bobina móvil **b**, por la que pasa una corriente $\mathbf{i_2}$, queda bajo la acción del campo creado por la bobina fija. Al ser la bobina móvil susceptible de girar en el seno del campo creado por la fija, quedará sometida a un par motor. En la Fig. 17.10, se da una representación muy esquemática de una aparato electrodinámico.

La bobina fija, **B**, crea una inducción magnética que es proporcional a la corriente que la recorre.

La bobina móvil, **b**, que se encuentra en el espacio de la bobina fija**, B,** al ser recorrida por la corriente $\mathbf{i_2}$, experimenta un par motor, cuyo momento es proporcional a la corriente que la recorre y a la inducción magnética creada por la bobina fija. Ahora bien, esta inducción es proporcional a la corriente que la produce, es decir $\mathbf{i_1}$. En definitiva según (10.35):

$$\Gamma_m = \frac{dM}{d\theta}.i_1.i_2 \qquad (17.28)$$

Siendo:

M : Coeficiente de inducción mutua de ambas bobinas.
θ : El ángulo girado por la bobina móvil.
Γ_m : El par motor debido a la reacción de las dos bobinas.

En efecto, el trabajo elemental del par motor cuando ha girado un ángulo **dθ** es:

$$\Gamma_m.d\theta = i_2.d\Phi \qquad (17.29)$$

Y se verifica:

$$\Phi = L_2.i_2 + M.i_1 \quad ; \quad d\Phi = dM.i_1$$

Por ser solo variable el coeficiente de inducción mutua.

El par motor, como en el sistema ferromagnético, es:

$$\Gamma_m = \frac{dW}{d\theta} \qquad (17.30)$$

Siendo **W** la energía almacenada en las autoinducciones de las dos bobinas y en la inducción mutua. Es decir:

$$W = ½.L_1.i_1^2 + ½.L_2.i_2^2 + M.i_1.i_2 \qquad (17.31)$$

Se puede tomar como valor de **M**:

$$M = M_m.sen\theta \qquad (17.32)$$ [5]

Por tanto:

$$\frac{dM}{d\theta} = M_m.\cos\theta \qquad (17.33)$$

Sustituyendo (17.33) en (17.28) y teniendo en cuenta (17.31), resulta:

$$\Gamma_m = M_m.\cos\theta.i_1.i_2 \qquad (17.34)$$

El par resistente es debido a un resorte que tiende a llevar la bobina móvil a una posición de equilibrio. Su valor es:

$$\Gamma_r = k'\theta \qquad (17.35)$$

Siendo:

k' = Constante de torsión del resorte.
θ = Ángulo girado por la bobina móvil.

[5] M_m es el máximo coeficiente de inducción mutua de los dos circuitos.

En el equilibrio (17.34) y (17.35) son iguales, y en consecuencia se cumple:

$$\theta = \frac{M_m.\cos\theta}{k'}.i_1.i_2 \qquad (17.36)$$

El electrodinamómetro puede usarse como amperímetro, voltímetro o vatímetro, para corriente continua o alterna, también se puede usar como vármetro en corriente alterna.

17.6. AMPERÍMETRO Y VOLTÍMETRO ELECTRODINÁMICOS.

Si las bobinas **B** y **b** de la Fig.17.10 se unen en serie, y el conjunto se somete a una intensidad proporcional a la que absorbe el sistema receptor, el aparato así concebido se puede usar como amperímetro. En este caso:

$$i = i_1 = i_2$$

Luego (17.28) se convierte en:

$$\Gamma_m = \frac{dM}{d\theta}.i^2 \qquad (17.37)$$

Vamos a considerar dos casos:

17.6.1. CORRIENTE CONTINUA.

En este caso la igualdad de los pares motor y resistente según(17.35) y (17.37), resulta:

$$\frac{dM}{d\theta}.i^2 = k'.\theta \quad ; \quad \theta = k''.i^2 \qquad (17.38)$$

Esta expresión indica que la desviación de la aguja que acciona la bobina móvil, es proporcional al cuadrado de la intensidad que circula por la misma.

Hay que señalar que en este tipo de aparatos la graduación de la escala no es uniforme, sino que sigue una ley cuadrática.

17.6.2. CORRIENTE ALTERNA.

La intensidad es variable, lo que en principio ocasionará un par motor también variable, pero éste será unidireccional, ya que al cambiar de sentido la intensidad en la bobina móvil, cambia también el campo magnético producido por la fija, por lo que el par sobre aquella no cambia de sentido.

La aguja fija a la bobina móvil se desplaza bajo la acción del valor medio del par motor, es decir:

$$\Gamma_m = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{dM}{d\theta}.i^2.dt = \frac{dM}{d\theta}.I^2 \qquad (17.39)$$

En el equilibrio, se verifica:

$$\frac{dM}{d\theta}.I^2 = k'.\theta \;\; ; \;\; \theta = k''.I^2 \qquad (17.40)$$

Cabe señalar que la constante del aparato es la misma; tanto si se utiliza corriente continua, como alterna.

Si en vez de conectarse las bobinas en serie con el circuito, se conectasen en paralelo añadiendo además una resistencia adicional suficientemente grande, colocada en serie con ambas bobinas, el sistema funcionaría como voltímetro.

17.7. VATÍMETRO ELECTRODINÁMICO.

La bobina fija se conecta en serie con la línea que alimenta el receptor, y la móvil en paralelo. A la primera se la denomina *bobina amperimétrica* y a la segunda *bobina voltimétrica*.

En la Fig. 17.11, se representa de forma muy esquemática, las conexiones de las dos bobinas del vatímetro para medir la potencia absorbida por una carga conectada a una fuente de tensión **U**.

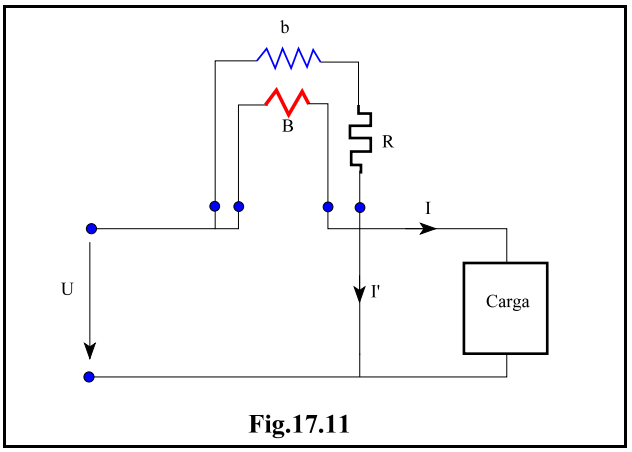


Fig.17.11

Las características de ambas bobinas son:

Amperimétrica: Pocas espiras de hilo grueso.

Voltimétrica: Muchas espiras de hilo fino. Para aumentar la resistencia de este circuito se le conecta en serie una resistencia adicional **R.**

Con esto se pretende conseguir:

a) En el circuito amperimétrico: Una pequeña caída de tensión.
b) En el circuito voltimétrico: Una pequeña intensidad.

En definitiva, hay que alterar el circuito lo menos posible, como consecuencia de la introducción en él del vatímetro.

Como en el apartado anterior, vamos a considerar dos casos.

17.7.1 CORRIENTE CONTINUA.

La intensidad que circula por la bobina voltimétrica es:

$$I' = \frac{U}{R} \qquad (17.41)$$

Siendo **R** la resistencia del circuito voltimétrico (bobina más resistencia adicional).

El par motor valdrá:

$$\Gamma_m = \frac{dM}{d\theta}.I.I' \qquad (17.42)$$

El par resistente:

$$\Gamma_r = k'.\theta \qquad (17.43)$$

En el equilibrio (17.42) y (17.43) son iguales, por tanto se verifica:

$$\frac{dM}{d\theta}.I.\frac{U}{R} = k'.\theta \qquad (17.44)$$

Ahora bien, **U.I** es la potencia que absorbe el receptor, por tanto se verifica:

$$P = \frac{R.k'}{\frac{dM}{d\theta}}.\theta = k''.\theta \qquad (17.45)$$

Es decir, la potencia absorbida por la carga es proporcional al ángulo girado.

17.7.2. CORRIENTE ALTERNA.

Supongamos que las ecuaciones que definen la tensión que alimenta el receptor y la intensidad que circula por él son:

$$u = U_m.sen(\omega t) \quad ; \quad i = I_m.sen(\omega t - \varphi) \qquad (17.46)$$

La intensidad que circula por la bobina voltimétrica es:

$$i' = I'_m.sen(\omega t - \alpha) \qquad (17.47)$$

El par motor instantáneo valdrá:

$$\Gamma'_m = \frac{dM}{d\theta}.i.i' = \frac{dM}{d\theta}.I_m.I'_m.sen(\omega t - \varphi).sen(\omega t - \alpha) \qquad (17.48)$$

Pero:

$$I_m.I'_m = \sqrt{2}.I.\sqrt{2}.I' = 2.I.I' \qquad (17.49)$$

Sustituyendo (17.49) en (17.48) resulta:

$$\Gamma'_m = \frac{dM}{d\theta}.I.I'.[\cos(\alpha-\varphi) - \cos[2\omega t-(\alpha+\varphi)] \qquad (17.50)$$

El par motor medio, bajo el cual se desvía el cuadro es:

$$\Gamma_m = \frac{dM}{d\theta}.I.I'.\cos(\alpha-\varphi) \qquad (17.51)$$

El par resistente es (17.35). En el equilibrio se verifica que ambos pares son iguales, es decir, se cumple:

$$k'.\theta = \frac{dM}{d\theta}.I.I'.\cos(\alpha-\varphi) \qquad (17.52)$$

Al ser un receptor no inductivo (prácticamente), formado por bobina voltimétrica y resistencia adicional, se puede considerar **α = 0.** Por tanto:

$$k'.\theta = \frac{dM}{d\theta}.I.I'.\cos\varphi \qquad (17.53)$$

Pero en el circuito voltimétrico, se verifica:

$$I' = \frac{U}{R} \qquad (17.54)$$

Sustituyendo (17.54) en (17.53), resulta:

$$P = U.I.\cos\varphi = \frac{R.k'}{\frac{dM}{d\theta}}.\theta = k''.\theta \qquad (17.55)$$

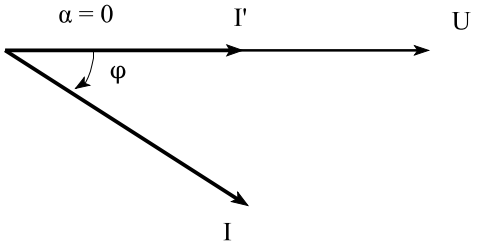


Fig.17.12

La potencia absorbida por la carga es directamente proporcional al ángulo girado por la bobina voltimétrica. La constante **k"**, es la misma; tanto en continua como en alterna.

El diagrama vectorial correspondiente al circuito de la Fig. 17.11, es el de la Fig. 17.12.

17.8. VÁRMETRO ELECTRODINÁMICO.

Para medir la potencia reactiva que absorbe un receptor monofásico unido a una fuente de tensión, se usa el *Várметro*.

El aparato difiere del vatímetro en sustituir la resistencia adicional de éste, en serie con la bobina voltimétrica, por una autoinducción grande **L**, de forma que el circuito voltimétrico se pueda considerar un receptor inductivo puro, Fig. 17.13.

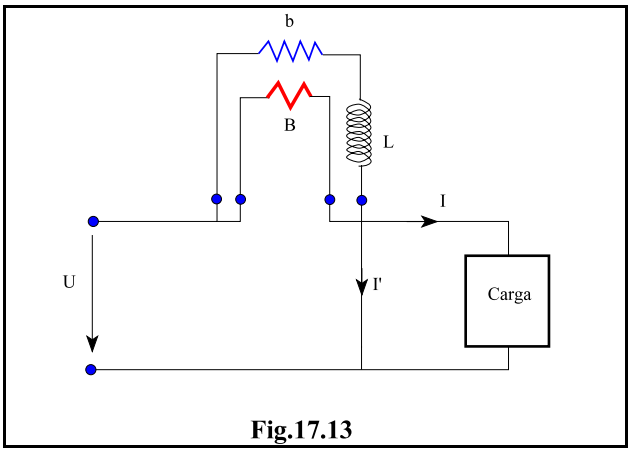


Fig.17.13

En estas condiciones, se cumple:

$$I' = \frac{U}{L\omega} \qquad (17.56)$$

$$k'.\theta = \frac{dM}{d\theta}.I.I'.\cos(\frac{\pi}{2}-\varphi) \qquad (17.57)$$

Sustituyendo (17.56) en (17.57), resulta:

$$k'.\theta = \frac{dM}{d\theta}.I.\frac{U}{L\omega}.sen\varphi \qquad (17.58)$$

Pero:

$$Q = U.I.sen\varphi = \frac{k'.\omega L}{\frac{dM}{d\theta}}.\theta = k'''.\theta \qquad (17.59)$$

La potencia reactiva es proporcional al ángulo girado.

Estos aparatos presentan el inconveniente que la lectura que efectúan se verá afectada por las variaciones, que puedan producirse, en la frecuencia de la red a la que se conecten.

17.9. APARATOS DE INDUCCIÓN DE CAMPO GIRATORIO.

Se basan en la acción de uno o varios campos magnéticos producidos por uno o varios circuitos, bajo las corrientes de Focault inducidas; en una bobina, en un disco, o en un cilindro móvil conductor.

El esquema está representado en la Fig. 17.14. Se trata de dos inductores desfasados **π/2,** cuyas corrientes que los recorren, también lo están.

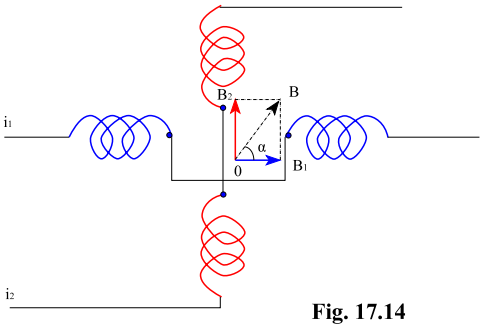


Fig. 17.14

Los dos circuitos inductores están constituidos por dos semibobinas, las cuales producen en **O** dos campos magnéticos alternos, cuyas inducciones B_1 y B_2, están dadas por las expresiones:

$$B_1 = B_m.sen(\omega t)$$

$$B_2 = B_m.sen(\omega t+\frac{\pi}{2}) = B_m.\cos(\omega t) \qquad (17.60)$$

La inducción resultante, de acuerdo con (17.60), es:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = B_m \qquad (17.61)$$

Por tanto, es constante y forma un ángulo **α** con el origen de fases. Siendo:

$$tang\,\alpha = \frac{B_2}{B_1} = \frac{B_m.\cos(\omega t)}{B_m.sen(\omega t)} = cotang(\omega t) \qquad (17.62)$$

El campo resultante, según (17.62), es un campo giratorio, con velocidad angular **ω**.

Los enrollamientos están alimentados por la misma fuente de tensión monofásica y los dos circuitos tienen una serie de elementos para lograr que los valores eficaces de las corrientes sean las mismas, pero que estén en cuadratura.

Un disco, o un cilindro metálico susceptible de girar alrededor de su eje, se encuentra sometido al campo magnético resultante B. En este circuito es donde se producen las corrientes inducidas de Foucault. Las corrientes reaccionan contra el campo magnético inductor y producen un par que hace girar al disco. El par es proporcional al cuadrado de la tensión de alimentación.

Si se tratará de corrientes trifásicas equilibradas se podría obtener un campo magnético giratorio.

17.10. FRECUENCÍMETROS.

La frecuencia de la corriente alterna, se mide con aparatos denominados frecuencímetros.

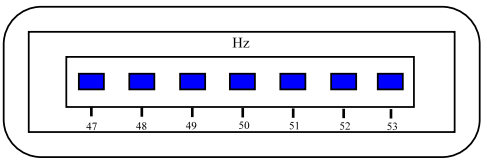


Fig. 17.15

Frecuencímetro de lengüeta (Fig.17.15):Está formado por varias láminas elásticas de acero, o lengüetas, colocadas una al lado de otras sobre un puente o peine, y de las cuales el período propio de vibración difiere en cada una de ellas medio período con relación a las contiguas; un electroimán colocado frente a dichas láminas, de modo que su acción se extienda a todas, tiene su bobina de excitación formada por hilo fino y en serie con una resistencia adicional, como la de un voltímetro. El aparato se conecta en derivación.

El puente o peine de lengüetas se fija dé modo que los extremos de las láminas queden normales al frente de la lectura, y éstas tienen dichos extremos doblados en ángulo recto; la lengüeta que entra en vibración se ve como una cinta normal a la dirección en que aquellas están colocadas. La escala resulta graduada en ½ de período por segundo, pero es fácil apreciar **1/4**.

Frecuencímetro Electrodinámico: En estos aparatos, la frecuencia se mide con una aguja que señala sobre una escala graduada en períodos por segundo o hertzios.

El fundamento es el siguiente: Se derivan de dos conductores, entre los que existe una diferencia de potencial alterna monofásica, **U**, dos bobinas idénticas; una en serie con una autoinducción, **L**, y otra en serie con una capacidad **C**. Las bobinas forman entre sí un ángulo de **π/2**. En la Fig.17.16 se han representado los dos sistemas motores.

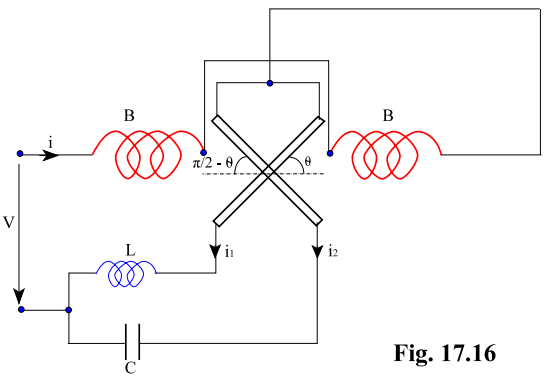


Fig. 17.16

La bobina **B** crea un campo magnético en el seno del cual se encuentran las bobinas recorridas por las corrientes $\mathbf{i_1}$ e $\mathbf{i_2}$. Ambas bobinas están montadas sobre un mismo eje y sometidas al campo creado por la corriente que recorre el circuito **B**, dicho campo es proporcional a la intensidad de la corriente que lo recorre, **I.**

Tomando la tensión aplicada **U** a las dos bobinas, como origen de fases:

$$u = U_m.sen(\omega t) \qquad (17.63)$$

Las intensidades **i , i_1** e **i_2**, tendrán las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} i &= I_m.sen(\omega t-\varphi) \\ i_1 &= I_{m1}.sen(\omega t-\frac{\pi}{2}) \\ i_2 &= I_{m2}.sen(\omega t+\frac{\pi}{2}) \end{aligned} \qquad (17.64)$$

La inducción creada en el circuito **B**, es proporcional a la intensidad de la corriente que lo recorre, es decir:

$$B = K.i \qquad (17.65)$$

Sobre la bobina recorrida por la corriente **i_1**, se ejercerá una fuerza, normal a la inducción **B**, que viene dada por la expresión:

$$F'_1 = k'.i_1.B = k_1.i_1.i \qquad (17.66)$$

Cuyo valor medio es:

$$F_1 = \frac{1}{T}.k_1\int_0^T i_1.i.dt = k_1.\frac{1}{T}\int_0^T I_{m1}.sen(\omega t-\frac{\pi}{2}).I_m.sen(\omega t-\varphi).dt =$$

$$= k_1.\frac{1}{T}\int_0^T I_1.I.[\cos(\varphi-\frac{\pi}{2}) - \cos[2\omega t-(\varphi+\frac{\pi}{2})].dt =$$

$$= k_1.\frac{1}{T}\int_0^T I_1.I.sen\varphi.dt - k_1.\frac{1}{T}\int_0^T I_1.I.\cos[2\omega t-(\varphi+\frac{\pi}{2})].dt$$

Por tanto:

$$F_1 = k_1.I_1.I.sen\varphi \qquad (17.67)$$

Esta fuerza da lugar a un par, que tenderá a hacer girar la bobina, cuyo valor vendrá dado por la expresión:

$$C_1 = k.I_1.I.sen\varphi.\cos\theta \qquad (17.68)$$

Análogamente sobre la bobina recorrida por la corriente **i_2,** aparece una fuerza, de sentido contrario a la ejercida **i_1**, y cuyo valor medio es:

$$F_2 = \frac{1}{T}.k_1\int_0^T i_2.i.dt = k_1.\frac{1}{T}\int_0^T I_{m2}.sen(\omega t+\frac{\pi}{2}).I_m.sen(\omega t-\varphi).dt =$$

$$= k_1.\frac{1}{T}\int_0^T I_2.I.[\cos(\varphi+\frac{\pi}{2}) - \cos[2\omega t-(\varphi-\frac{\pi}{2})].dt =$$

$$= - k_1.\frac{1}{T}\int_0^T I_2.I.sen\varphi.dt - k_1.\frac{1}{T}\int_0^T I_2.I.\cos[2\omega t-(\varphi-\frac{\pi}{2})].dt$$

Por tanto:

$$F_2 = - k_1.I_2.I.sen\varphi \qquad (17.69)$$

Esta fuerza da lugar a un par que tenderá hacer girar la bobina en el sentido contrario al anterior, cuyo valor vendrá dado por la expresión:

$$C_2 = - k.I_2.I.sen\varphi.sen\theta \qquad (17.70)$$

En el equilibrio se cumple $\mathbf{C_1 + C_2 = 0}$, por tanto se verifica:

$$k.I_1.I.sen\varphi.\cos\theta = k.I_2.I.sen\varphi.sen\theta \qquad (17.71)$$

En consecuencia:

$$tang\theta = \frac{I_1}{I_2} \qquad (17.72)$$

Ahora bien, en el circuito de la figura 17.14 se cumple:

$$I_1 = \frac{U}{\sqrt{r^2 + (\omega L)^2}}$$

$$I_2 = \frac{U}{\sqrt{r^2 + (\frac{1}{\omega C})^2}} \qquad (17.73)$$

Sustituyendo (17.73) en (17.72) resulta:

$$\theta = \xi(\omega) \qquad (17.74)$$

Es decir el ángulo girado es proporcional a la frecuencia de la tensión aplicada.

17.11. FASÍMETRO ELECTRODINÁMICO.

La medida del factor de potencia **K= P/(U.I)**, sólo se realiza con precisión, mediante tres aparatos; voltímetro, amperímetro y vatímetro, deduciéndose de la lectura de los mismos la diferencia de fase entre la tensión y la corriente. Sin embargo para usos industriales se construyen aparatos llamados fasímetros, que de forma aproximada señalan sobre una escala el valor del desfase entre tensión e intensidad, o bien el factor de potencia.

El tipo de fasímetro más usado es el de dos bobinas cruzadas en ángulo recto, por las que circulan dos corrientes derivadas:

$\mathbf{I_1}$, en fase con la tensión que alimenta el circuito del que se pretende medir el factor de potencia.

$\mathbf{I_2}$, retrasa un ángulo próximo a los 90º, con relación a la tensión.

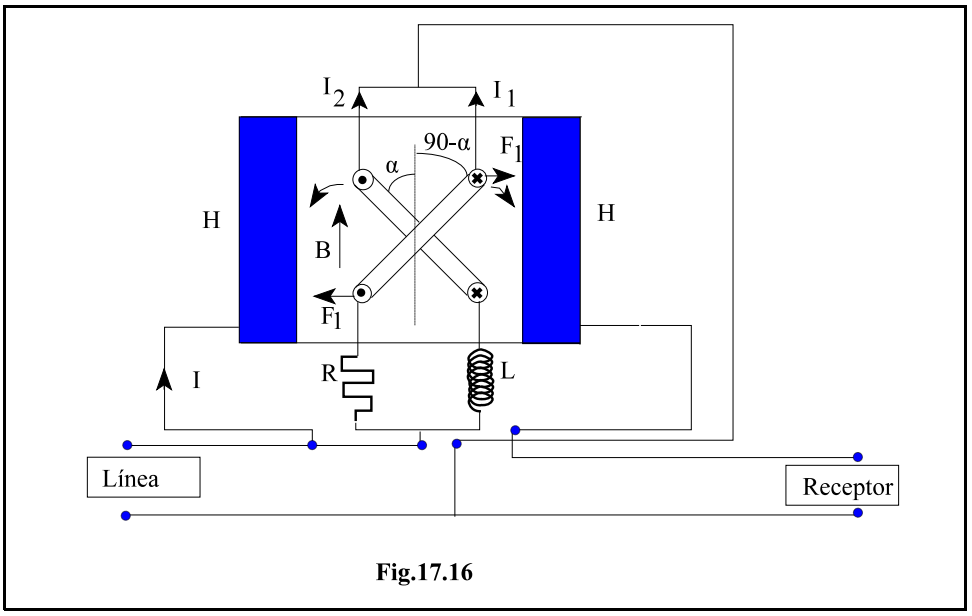


Fig.17.16

Ambas bobinas están montadas sobre un mismo eje y sometidas al campo creado por la corriente que recorre el circuito **H**, dicho campo es proporcional a la intensidad de la corriente que lo recorre, **I.**

Tomando la tensión aplicada **U**, como origen de fases:

$$u = U_m.sen(\omega t) \qquad (17.75)$$

Las intensidades **i , i_1** e **i_2**, tendrán las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} i &= I_m.sen(\omega t-\varphi) \\ i_1 &= I_{m1}.sen(\omega t) \\ i_2 &= I_{m2}.sen(\omega t-\frac{\pi}{2}) \end{aligned} \qquad (17.76)$$

La inducción creada en el circuito **H**, es proporcional a la intensidad de la corriente que lo recorre, es decir:

$$B = K.i \qquad (17.77)$$

Sobre la bobina recorrida por la corriente **i_1**, se ejercerá una fuerza, normal a la inducción **B**, que viene dada por la expresión:

$$F'_1 = k'.i_1.B = k_1.i_1.i \qquad (17.78)$$

Cuyo valor medio es:

$$F_1 = \frac{1}{T}.k_1\int_0^T i_1.i.dt = k_1.\frac{1}{T}\int_0^T I_{m1}.sen(\omega t).I_m.sen(\omega t-\varphi).dt =$$

$$= k_1.\frac{1}{T}\int_0^T I_1.I.[\cos\varphi - \cos(2\omega t-\varphi)].dt =$$

$$= k_1.\frac{1}{T}\int_0^T I_1.I.\cos\varphi.dt - k_1.\frac{1}{T}\int_0^T I_1.I.\cos(2\omega t-\varphi).dt$$

Por tanto:

$$F_1 = k_1.I_1.I.\cos\varphi \qquad (17.79)$$

Esta fuerza da lugar a un par, que tenderá hacer girar la bobina en el sentido de las agujas del reloj, cuyo valor vendrá dado por la expresión:

$$C_1 = k.I_1.I.\cos\varphi.sen\alpha \qquad (17.80)$$

Análogamente sobre la bobina recorrida por la corriente **i_2,** aparece un par, de sentido contrario al que actúa sobre **i_1**, y cuyo valor medio es:

$$F_2 = \frac{1}{T}.k_1\int_0^T i_2.i.dt = k_1.\frac{1}{T}\int_0^T I_{m2}.sen(\omega t-\frac{\pi}{2}).I_m.sen(\omega t-\varphi).dt =$$

$$= k_1.\frac{1}{T}\int_0^T I_2.I.[\cos(\varphi-\frac{\pi}{2}) - \cos[2\omega t-(\varphi+\frac{\pi}{2})]].dt =$$

$$= k_1.\frac{1}{T}\int_0^T I_2.I.sen\varphi.dt - k_1.\frac{1}{T}\int_0^T I_2.I.\cos[2\omega t-(\varphi+\frac{\pi}{2})].dt$$

Por tanto:

$$F_2 = k_1.I_2.I.sen\varphi \qquad (17.81)$$

Esta fuerza da lugar a un par que tenderá hacer girar la bobina en el sentido contrario al de las agujas del reloj, cuyo valor vendrá dado por la expresión:

$$C_2 = k.I_2.I.sen\varphi.\cos\alpha \qquad (17.82)$$

En el equilibrio los pares han de ser iguales, por tanto:

$$k.I_1.I.\cos\varphi.sen\alpha = k.I_2.I.sen\varphi.\cos\alpha \qquad (17.83)$$

En consecuencia:

$$tang\varphi = \frac{I_1}{I_2}.tang\alpha \qquad (17.84)$$

Pero:

$$I_1 = \frac{U}{R} \;\; ; \;\; I_2 = \frac{U}{\omega L} \qquad (17.85)$$

Combinando (17.84) con (17.85), resulta:

$$tang\varphi = \frac{\omega L}{R}.tang\alpha \;\; ; \;\; \varphi = \zeta(\alpha) \qquad (17.86)$$

El desfase entre **U** e **I** es proporcional al ángulo girado, y en consecuencia el factor de potencia también lo es:

$$\cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\omega^2 L^2}{R^2}.tang^2\alpha}} \;\; ; \;\; \cos\varphi = \xi(\alpha) \qquad (17.87)$$

Estos aparatos tienen el inconveniente que, al ser el factor de potencia función de la frecuencia de la red, su medida se verá afectada por la variación de la misma.

17.12. DESIGNACIÓN DE LOS APARATOS DE MEDIDA.

En los aparatos de medida se indican sus especificaciones mediante símbolos. Unos bastante comunes, de acuerdo con la norma UNE 21-363.78, son:

Naturaleza de la corriente	*Símbolo*
Corriente continua	⎓
Corriente alterna	~
Corriente continua y alterna	≃

Tensión de prueba eléctrica	*Símbolo*
Tensión de prueba de 500 voltios	☆
Tensión de prueba superior a 500 voltios (por ejemplo 2 kV)	☆
Dispensados de tensión	☆

Posición de uso	*Símbolo*
Aparato para usar en un plano (soporte vertical)	⊥
Aparato para usar en un plano (soporte horizontal)	⊓
Aparato para usar en plano (soporte inclinado respecto a la horizontal)	∠

17.13. CLASE DE UN APARATO.

En general existe una diferencia entre el valor real de la magnitud y la medida realizada por el aparato, es decir, siempre existe un error instrumental.

Para conocer la precisión de la medida de una magnitud calculada mediante una aparato, se define la *clase* del mismo.

$$Clase\ de\ un\ aparato = \frac{Error\ instrumental}{Alcance\ del\ aparato}.100$$

Las clases están normalizadas de acuerdo con el tipo de aparato [6]:

Tipo de aparato	*Clase*
Patrón	0,1- 0,2
Control	0,5 - 1,0
Industrial	1,5 - 2,5

[6]Para un aparato de la clase 0,2 el límite superior del error instrumental es del 0,2% del máximo de la escala. Si ésta tuviese 150 divisiones, el error instrumental máximo es:

$$\frac{0,2}{100}.150 = 0,3\ de\ una\ división$$

Conviene señalar que si el error absoluto tolerable es constante en toda la escala, no sucede lo mismo con el error relativo.

Por ejemplo, si se hace una lectura en el final de la escala lo que corresponde a 150 divisiones, el error instrumental relativo es del 0,2%. Si se hace la lectura en un tercio de la escala el error absoluto es el mismo, o sea 0,3 divisiones, pero el relativo será:

$$\frac{0,3}{50} = 0,006$$

o sea del 0,6%.

Es evidente que si se hacen las lectura en el principio de la escala, el error relativo es muy grande. Para evitarlo, se eligen los alcances múltiples, de manera que todas las medidas puedan ser hechas en los últimos tercios de la escala.