TEMA 18

SISTEMAS POLIFÁSICOS

18.1. GENERALIDADES.

En todas las máquinas rotativas la fuerza electromotriz inducida se genera en los conductores activos. Dichos conductores se encuentran alojados en ranuras. Las ranuras pueden estar separadas entre sí un paso polar[1], en este caso las fuerzas electromotrices están en oposición. Las ondas que definen estas fuerzas electromotrices están desfasadas **π** radianes.

Suponiendo que existan **N** ranuras equidistantes, las ondas fundamentales que definen las fuerzas electromotrices estarán desfasadas entre sí un ángulo eléctrico **β**[2]**.**

$$\beta = \frac{\pi}{\frac{N}{2p}} = 2p.\frac{\pi}{N} \qquad (18.1)$$

Siendo:

2p = Número de polos inductores del generador.

En consecuencia se puede decir, que los conductores recorridos por la misma corriente, o en él supuesto que no sea la misma por corrientes en fase, constituyen un devanado monofásico o una **fase** en una máquina polifásica.

[1]Paso polar es el intervalo entre dos ejes interpolares. La unión de dos pasos polares consecutivos forma un campo doble.

[2]Una máquina que tenga más de dos pares de polos puede considerarse como una repetición de lo que sucede en un par, tantas veces como número de pares de polos tenga. Esta razón motiva que sea más conveniente hablar de grados o radianes eléctricos que de unidades geométricas. Un par de polos, o un ciclo de distribución del flujo de una máquina que tenga **p** pares de polos, equivale a **2.π** radianes eléctricos, y como en una revolución completa existen **p** ciclos completos, se tiene que $\theta = p.\theta_m$, siendo θ el ángulo eléctrico y θ_m el ángulo geométrico.

18.2. SISTEMAS POLIFÁSICOS DE CORRIENTES O TENSIONES.

Se denomina sistema polifásico de corrientes o de tensiones, a un conjunto de **n** corrientes o tensiones, todas con la misma pulsación.

Si además se cumplen las siguientes condiciones:

1ª) Que tengan el mismo valor máximo.

2ª) Que estén desfasadas **2π/n** radianes, entre sí.

Se dice que el sistema es *equilibrado*.

Un conjunto de **n** generadores monofásicos producen un sistema equilibrado de fuerzas electromotrices, si todos sus valores instantáneos están definidos por las siguientes expresiones:

$$e_1 = E_{m1}.sen(\omega t)$$

$$e_2 = E_{m2}.sen(\omega t - \frac{2\pi}{n})$$

.....

$$e_k = E_{mk}.sen(\omega t - (k-1).\frac{2\pi}{n}) \qquad \} \qquad (18.2)$$

.....

$$e_n = E_{mn}.sen(\omega t - (n-1).\frac{2\pi}{n})$$

siendo los valores máximos iguales:

$$E_{m1} = ... = E_{mk} = ... = E_{mn}$$

El sistema definido en (18.2) cumple el segundo Lema de Kirchhoff en una malla cerrada.

Por tanto si se conectan los **n** generadores de (18.2) según se indica en la Fig. 18.1, la corriente de circulación en la malla es nula.

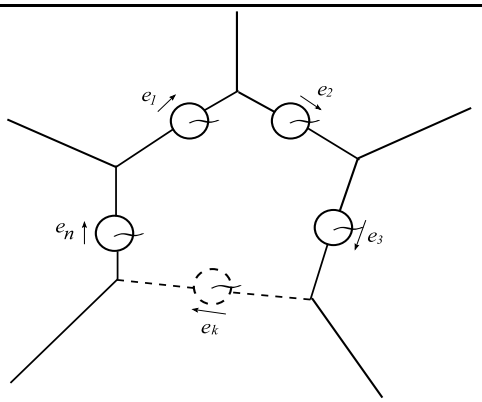


Fig.18.1

Para que se cumpla lo expuesto, se tiene que verificar:

$$\sum_{k=1}^{n} e_k = 0 \qquad (18.3)$$

El sistema (18.2) se puede sustituir por la operación de tomar las partes imaginarias de los números complejos:

$$e_k = \zeta[E_m.e^{j[\omega t-(k-1).\frac{2\pi}{n}]}] \qquad (18.4)$$
$$\forall (k=1,2,.....n)$$

Por tanto, para que se cumpla (18.3), se tiene que cumplir:

$$\sum_{k=1}^{n} \zeta[E_m.e^{j(\omega t-(k-1).\frac{2\pi}{n})}] = \zeta[\sum_{k=1}^{n} E_m.e^{j(\omega t-(k-1).\frac{2\pi}{n})}] = 0 \qquad (18.5)$$

Pero (18.5) se cumplirá si se verifica que la suma de los complejos es nula, es decir:

$$\sum_{k=1}^{n} E_m.e^{j(\omega t-(k-1).\frac{2\pi}{n})} = 0 \qquad (18.6)$$

Ya que (18.5) es la suma de las partes imaginarias de (18.6).

Si (18.6) se cumple para todo valor de **t**, se tendrá que cumplir para **t = 0**. Por tanto:

$$\sum_{k=1}^{n} E_m.e^{-j(k-1).\frac{2\pi}{n}} = 0 \qquad (18.7)$$

$$E_m \sum_{k=1}^{n} e^{-j(k-1).\frac{2\pi}{n}} = 0 \qquad (18.8)$$

Pero el sumatorio (18.8), es la suma de los **n** términos de una progresión geométrica de razón:

$$r = e^{-j.\frac{2\pi}{n}}$$

Su suma será:

$$\sum_{k=1}^{n} e^{-j(k-1).\frac{2\pi}{n}} = \frac{e^{-j(n-1).\frac{2\pi}{n}}.e^{-j\frac{2\pi}{n}} - 1}{e^{-j\frac{2\pi}{n}} - 1} = 0 \qquad (18.9)$$

Por tanto, en la malla se verifica que la suma de los fasores de las fuerzas electromotrices es nula:

$$\sum_{k=1}^{n} E_m.e^{-j(k-1).\frac{2\pi}{n}} = \sum_{k=1}^{n} \overline{E}_{mk} = 0 \qquad (18.10)$$

Según (18.10), un conjunto de fuerzas electromotrices polifásicas equilibradas puede conectarse formando un polígono, sin que por él circule corriente.

Análogamente, en un nudo donde confluyen **n** ramas, si por las ramas circulan corrientes polifásicas equilibradas, se cumple el primer Lema de Kirchhoff.

En la Fig. 18.2 se representa la conexión de **n** ramas en un nudo.

Supongamos que las corrientes están definidas por las expresiones:

$$i_k = \zeta[I_m.e^{j(\omega t-(k-1).\frac{2\pi}{n})}] \quad (k=1,2,.....n) \qquad (18.11)$$

Tiene que verificarse:

$$\sum_{k=1}^{n} i_k = 0 \qquad (18.12)$$

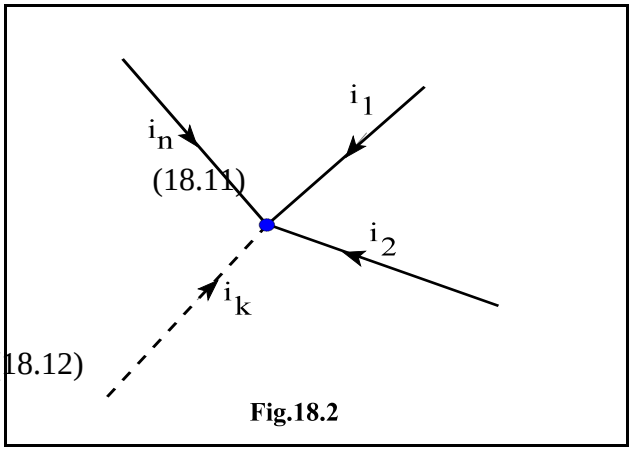


Fig.18.2

Por tanto, para que se cumpla (18.12), se tiene que cumplir:

$$\sum_{k=1}^{n} \zeta[I_m.e^{j(\omega t-(k-1).\frac{2\pi}{n})}] = \zeta[\sum_{k=1}^{n} I_m.e^{j(\omega t-(k-1).\frac{2\pi}{n})}] = 0 \qquad (18.13)$$

Pero (18.13) se cumplirá si se verifica que la suma de los complejos es nula, de decir:

$$\sum_{k=1}^{n} I_m.e^{j(\omega t-(k-1).\frac{2\pi}{n})} = 0 \qquad (18.14)$$

Ya que (18.13) son las partes imaginarias de (18.14).

Si (18.14) se cumple para todo valor de **t**, se tendrá que cumplir para **t = 0**. Por tanto:

$$\sum_{k=1}^{n} I_m.e^{-j(k-1).\frac{2\pi}{n}} = 0 \qquad (18.15)$$

$$I_m \sum_{k=1}^{n} e^{-j(k-1).\frac{2\pi}{n}} = 0 \qquad (18.16)$$

Pero el sumatorio (18.16), es la suma de los **n** términos de una progresión geométrica de razón: $r = e^{-j.2\frac{\pi}{n}}$

Su suma será:

$$\sum_{k=1}^{n} e^{-j(k-1).\frac{2\pi}{n}} = \frac{e^{-j(n-1).2\frac{\pi}{n}}.e^{-j2\frac{\pi}{n}} - 1}{e^{-j2\frac{\pi}{n}} - 1} = 0 \qquad (18.17)$$

Por tanto, en un nudo se verifica que la suma de los fasores de las intensidades es nula:

$$\sum_{k=1}^{n} I_m.e^{-j(k-1).\frac{2\pi}{n}} = \sum_{k=1}^{n} \bar{I}_{mk} = 0 \qquad (18.18)$$

Luego en un nudo donde concurren **n** corrientes polifásicas equilibradas se cumple el primer Lema de Kirchhoff.

18.3. SISTEMAS TRIFÁSICOS.

Todo sistema constituido por tres generadores monofásicos que tengan la misma pulsación y desfasados entre sí **2π/3**, recibe el nombre de *Sistema Trifásico.*

Como se ha visto en (18.18), las intensidades polifásicas equilibradas concurrentes en un nudo tienen resultante cero, por tanto también se cumplirá para las corrientes trifásicas.

También se ha visto (18.10), que en una malla constituida por un sistema polifásico de fuerzas electromotrices, la circulación es nula. Lo mismo se cumplirá en él supuesto que se trate de un sistema trifásico.

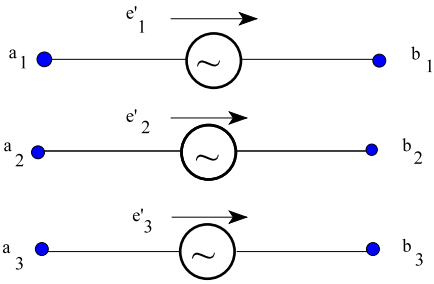


Fig.18.3

Las fuerzas electromotrices producidas por los tres generadores de la Fig. 18.3 están definidas por las siguientes expresiones:

$$\left.\begin{aligned} e'_1 &= E'_{m1}.sen(\omega t) \\ e'_2 &= E'_{m2}.sen(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ e'_3 &= E'_{m3}.sen(\omega t - \frac{4\pi}{3}) \end{aligned}\right\} \qquad (18.19)$$

En el diagrama de tiempo correspondiente, los vectores se considera que giran en sentido contrario a las agujas del reloj. Cuando el orden de sucesión de fases sea 1, 2, 3, el sistema se denominará *directo.* Cuando giren en el sentido de las agujas del reloj, el orden de sucesión de fases será 1,3,2 y el sistema se denominará *inverso.*

Salvo que se diga lo contrario, se utilizará el sistema directo, es decir***, se denominará fase 2 a la que está retrasada un tercio de período con respecto a la fase 1, y fase 3 a la que está retrasada dos tercios de período con respecto a la fase 1.***

Si los módulos de los tres vectores que constituyen la imagen de las funciones (18.19) son iguales, entonces se dice que forman un *sistema trifásico equilibrado,* pero sólo será un sistema equilibrado en corrientes cuando los tres receptores monofásicos que constituyen el trifásico sean idénticos.

En definitiva, *todo sistema de tres funciones senoidales de la misma frecuencia constituye un sistema trifásico cualquiera.*

18.3.1. NOTACIÓN EN LOS SISTEMAS TRIFÁSICOS.

Se utilizará la siguiente notación:

u_k : Función senoidal que define las tensiones compuestas o de línea (k= 1,2 o 3).
u'_k : Función senoidal que define las tensiones simples (k= 1,2 o 3).
i_k : Función senoidal que designa las intensidades de línea (k= 1,2 o 3).
i'_k : Función que designa las intensidades en las fases (k= 1,2 o 3).

En todo circuito se elige un sentido positivo de tensión. A partir de dicho sentido se establecen los sentidos de las corrientes. Las potencias se considerarán positivas cuando sean absorbidas por el receptor y negativas cuando sean cedidas.

Se utilizará un vector para las tensiones e intensidades cuyo sentido será siempre de borne positivo a negativo.

El sentido positivo de una corriente será el mismo que el de una corriente continua correspondiente a una tensión positiva. La corriente irá de menos a más en el generador y de más a menos en el receptor.

18.4. SISTEMAS TRIFÁSICOS: CONEXIONES EN ESTRELLA Y EN TRIÁNGULO.

Supongamos que los tres generadores de la Fig. 18.3 tienen sus fuerzas electromotrices definidas por las ecuaciones (18.19).

Si además se verifica que tiene el mismo valor máximo:

$$E'_{m1} = E'_{m2} = E'_{m3} = E'_m$$

Se dice que el sistema trifásico es equilibrado.

18.4.1 CONEXIÓN EN ESTRELLA (Y).

Los tres generadores representados en la Fig. 18.3, se pueden conectar uniendo sus orígenes; $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_2$ y a3, en un punto común **O**, llamado *punto neutro* y dejando libres sus extremos para unirlos a un circuito de salida**.**

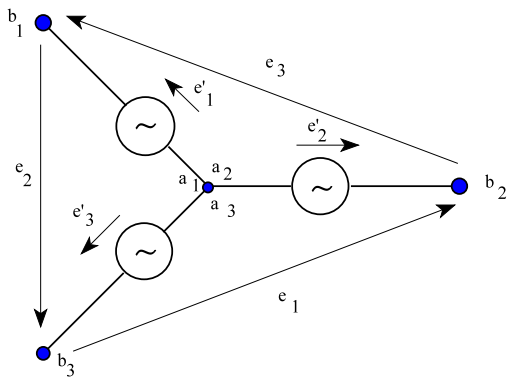


Fig.18.4

Entre los tres terminales, tomados de dos en dos, aparecen fuerzas electromotrices cuya referencia se toma, por convenio, tal como aparece en la Fig. 18.4. Es decir que entre dos extremos se toma el tercer valor para el subíndice.

De acuerdo con la Fig. 18.4, se verifican las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} e_1 &= e'_2 - e'_3 \\ e_2 &= e'_3 - e'_1 \\ e_3 &= e'_1 - e'_2 \end{aligned} \qquad (18.20)$$

Sumando miembro a miembro (18.20) resulta:

$$e_1 + e_2 + e_3 = 0 \qquad (18.21)$$

Tomando $\bar{\mathbf{E}}'_1$ sobre el semieje positivo de ordenadas en el plano de Gauss, las expresiones correspondientes a los fasores de las tres fuerzas electromotrices, son:

$$\begin{aligned} \overline{E}'_1 &= E'\angle 90^\circ \\ \overline{E}'_2 &= E'\angle 330^\circ \\ \overline{E}'_3 &= E'\angle 210^\circ \end{aligned} \qquad (18.22)$$

La representación vectorial de (18.22) se obtiene en la Fig. 18.5.

Como se trata de un sistema equilibrado, se verifica que los valores eficaces son iguales:

$$E'_1 = E'_2 = E'_3 = E'$$

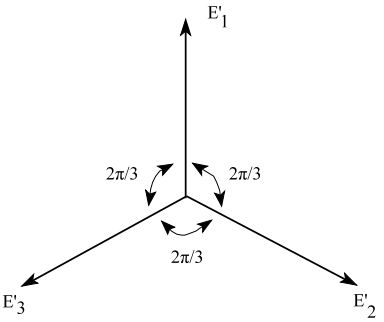


Fig.18.5

Las fuerzas electromotrices entre los terminales libres de la Fig. 18.4 están definidas por las expresiones:

$$\overline{E}_1 = \overline{E}'_2 - \overline{E}'_3$$

$$\overline{E}_2 = \overline{E}'_3 - \overline{E}'_1$$

$$\overline{E}_3 = \overline{E}'_1 - \overline{E}'_2$$

(18.23)

Si en (18.23) sustituimos (18.22), resulta:

$$\overline{E}_1 = E'\angle 330^\circ - E'\angle 210^\circ = \sqrt{3}.E'\angle 0^\circ$$

$$\overline{E}_2 = E'\angle 210^\circ - E'\angle 90^\circ = \sqrt{3}.E'\angle 240^\circ \qquad (18.24)$$

$$\overline{E}_3 = E'\angle 90^\circ - E'\angle 330^\circ = \sqrt{3}.E'\angle 120^\circ$$

Es decir, que entre los valores eficaces se verifican:

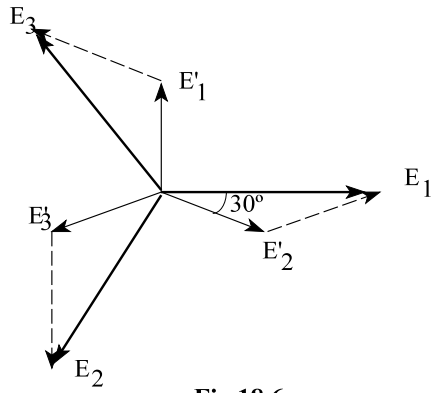


Fig.18.6

$$E_1 = E_2 = E_3 = E = \sqrt{3}.E'$$

A las fuerzas electromotrices, **E'** se las denomina *simples, de fase o estrelladas*. A las fuerzas electromotrices; **E** se las denomina *compuestas o de línea.*

Las fuerzas electromotrices de línea son $\sqrt{3}$ mayores que las simples.

En la Fig. 18.6, se han representado los vectores asociados a las fuerzas electromotrices simples y compuestas. Si dichas fuerzas electromotrices forman un sistema equilibrado, y por tanto se encuentran desfasadas 120º entre sí, también formarán un sistema equilibrado las compuestas. Las fuerzas electromotrices compuestas están retrasadas 90º respecto a las simples con el mismo subíndice.

18.4.2. CONEXIÓN EN TRIÁNGULO (△).

Si los terminales de las fuerzas electromotrices de la Fig. 18.3 los unimos de la forma:

$$b_1 - a_3 \;\; ; \;\; b_3 - a_2 \;\; ; \;\; b_2 - a_1$$

La conexión recibe el nombre de **conexión en triángulo (△).**

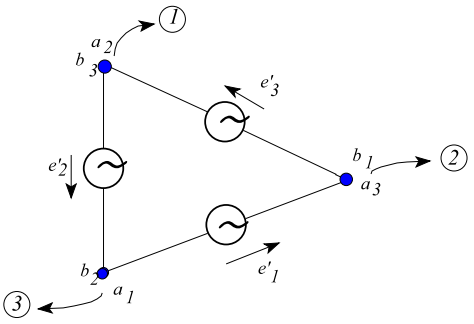


Fig.18.7

Las fuerzas electromotrices *compuestas o de línea* son las mismas que las que producen los tres generadores, es decir se cumple:

$$e_1 = e'_1$$

$$e_2 = e'_2$$

$$e_3 = e'_3$$

También se cumplirán las expresiones complejas:

$$\left.\begin{aligned} \overline{E}_1 &= \overline{E}'_1 \\ \overline{E}_2 &= \overline{E}'_2 \\ \overline{E}_3 &= \overline{E}'_3 \end{aligned}\right\} \qquad (18.25)$$

Además, si se verifica que los valores eficaces de las tres fuerzas electromotrices son iguales, se cumplirá:

$$E'_1 = E'_2 = E'_3 = E' \;\; \Rightarrow \;\; E_1 = E_2 = E_3 = E \;\; \Rightarrow \;\; E = E'$$

El sistema se dice que es *equilibrado*.

18.5. CONEXIÓN REAL DE LOS RECEPTORES.

Los generadores trifásicos se pueden conectar en estrella o en triángulo. Los receptores pueden ser de dos tipos:

1. Monofásicos. En este caso pueden estar conectados de las siguientes formas:
   1.1. Entre dos hilos de la línea trifásica (entre dos fases).
   1.2. Entre una fase y el neutro.
   1.3. Entre una fase y un punto común formado por varios receptores.[3]

2. Trifásicos.

   2.1. En estrella.
   2.2. En triángulo.

[3] En este supuesto no se conocerá la tensión a la que queda conectado cada receptor monofásico, salvo que se trate de tres receptores monofásicos iguales, en cuyo caso el punto común define un sistema equilibrado de tensiones. Si se trata de impedancias lineales, se podrá transfigurar la estrella desequilibrada en un triángulo y de esta forma se podrán calcular las corrientes de línea, a partir de éstas se calculan las tensiones a las que quedarán conectados los receptores monofásicos conectados en estrella.