TEMA 23

CÁLCULO ELÉCTRICO DE LÍNEAS II

23.1. CRITERIOS PARA EL CÁLCULO DE LOS CONDUCTORES DE UNA LÍNEA.

Para dimensionar las secciones de los conductores de una línea eléctrica se utilizan distintos criterios:

- ☞ Efecto Joule.
- ☞ Diferencia de tensiones.
- ☞ Criterios económicos.

El que prevalezca de ellos será el que determinará la sección a instalar.

En líneas aéreas, existen otros dos criterios:

- ☞ Resistencia mecánica de los conductores.
- ☞ Efecto corona.

El primer criterio que se estudia, es él debido al calentamiento de los conductores por efecto Joule. La cantidad de energía disipada en forma de calor, viene dada por la expresión:

$$H = I^2.R.t \; ; \qquad H=I^2.\rho.\frac{l}{s}.t$$

Esta energía, es inversamente proporcional al valor de la sección. Desde ese punto de vista, cuanto mayor es la sección, menor será la energía disipada, sin embargo, existe un valor de equilibrio que hace que la línea sea técnicamente posible y económicamente viable, éste será el valor elegido.

23.2 CAÍDA DE TENSIÓN, DIFERENCIA DE TENSIONES Y PERDIDA DE POTENCIA, EN UNA LÍNEA ELÉCTRICA.

Para el cálculo eléctrico de una línea se utilizan tres conceptos:

- ☞ Caída de tensión.
- ☞ Diferencia de tensiones.
- ☞ Pérdida de potencia.

Estos tres conceptos se definen a continuación.

23.2.1 CAÍDA DE TENSIÓN.

Caída de tensión en una línea eléctrica, es la diferencia vectorial o compleja, entre las tensiones al principio y al final de la línea. En definitiva, es el voltaje que se pierde en la línea al pasar la corriente por ella.

Se designa por $\mathbf{U_r}$.

En el Sistema Internacional la caída de tensión se expresa en voltios (V).

23.2.2 DIFERENCIA DE TENSIONES.

Diferencia de tensiones en una línea eléctrica, es la diferencia escalar entre los valores de las tensiones al principio y al final de la línea.

Se designa por $\boldsymbol{\delta}$.

En el Sistema Internacional la diferencia de tensiones se expresa en voltios (V).

23.2.3 PERDIDA DE POTENCIA.

Pérdida de potencia en una línea eléctrica, es la potencia que se disipa en los conductores que la constituyen. Esta pérdida es debida a la transformación de la potencia eléctrica en potencia calorífica, por *efecto Joule,* como consecuencia de la resistencia que ofrecen los conductores al paso de la corriente.

Se designa por $\mathbf{P_P}$.

En el Sistema Internacional la pérdida de potencia se expresa en vatios (W).

23.3 TIPOS DE LÍNEAS.

Los tipos de líneas que se van a estudiar son:

① Líneas bifilares en corriente continua.
② Líneas bifilares en corriente alterna monofásica.
③ Líneas trifilares en corriente alterna trifásica.

23.4 LÍNEA BIFILAR CON RESISTENCIA, EN CORRIENTE CONTINUA.

Consideremos una línea bifilar con conductores de longitud total **2.*l***, y sección uniforme **s**.

Las tensiones al principio y al final de la línea son, $\mathbf{U_1}$ y $\mathbf{U_2}$, respectivamente. La intensidad que circula por la línea es **I**.

Designamos:

l : Longitud de cada tramo.
ρ : Resistividad del conductor.
s : Sección del conductor.

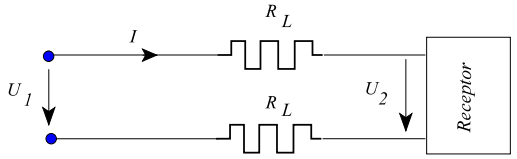


Fig.23.1

En el circuito de la Fig.23.1 se verifica:

$$U_1 = R_L.I + U_2 + R_L.I = 2.R_L.I + U_2 \qquad (23.1)$$

La caída de tensión $\mathbf{U_r}$, se obtiene por diferencia entre $\mathbf{U_1}$ y $\mathbf{U_2}$, por tanto, de acuerdo con (23.1) resulta:

$$U_r = U_1 - U_2 = 2.R_L.I \qquad (23.2)$$

Siendo **R** la resistencia eléctrica equivalente de cada conductor. Su valor, de acuerdo con los datos anteriores, es:

$$R_L = \rho.\frac{l}{s} \qquad (23.3)$$

Sustituyendo (23.3) en (23.2) resulta:

$$U_r = 2.\rho.\frac{l}{s}.I \qquad (23.4)$$

Despejando **s** de (23.4) resulta:

$$s = 2.\rho.\frac{l}{U_r}.I \qquad (23.5)$$

La expresión (23.5) permite calcular la sección de los conductores[1].

La diferencia de tensiones **δ**, coincide con la caída de tensión.

En cuanto a la pérdida de potencia, la obtenemos multiplicando (23.1) por **I**. En efecto:

$$U_r.I = U_1.I - U_2.I = 2.R_L.I^2 = P_p \qquad (23.6)$$

Ya que:

U_1.I = Potencia que entra en la línea.

U_2.I = Potencia que sale de la línea.

U_r.I = Potencia que se pierde en la línea.

Sustituyendo (23.3) en (23.6) resulta:

$$P_p = 2.\rho.\frac{l}{s}.I^2 \qquad (23.7)$$

Si despejamos **s** de (23.7) resulta:

$$s = 2.\rho.\frac{l}{P_p}.I^2 \qquad (23.8)$$

La expresión (23.8) permite calcular la sección de los conductores.

23.5 LÍNEA BIFILAR EN CORRIENTE ALTERNA MONOFÁSICA Y BAJA TENSIÓN, CON RESISTENCIA.

Sea una línea bifilar, cuyo circuito equivalente se indica en la Fig.23.2, con longitud total **2.*l*,** que alimenta un receptor o conjunto de receptores monofásicos cuyo factor de potencia equivalente es **cos** φ (se supone que el receptor equivalente es parcialmente inductivo).

[1]El valor U_r se fija de acuerdo con el Reglamento Electrotécnico

Se designa:

l : Longitud de cada hilo de la línea.
s : Sección del conductor.
ρ : Resistividad del conductor.
U_1: Tensión al principio de la línea.
U_2: Tensión al final de línea.
I : Valor eficaz de la intensidad.
cos φ: Factor de potencia equivalente del receptor.

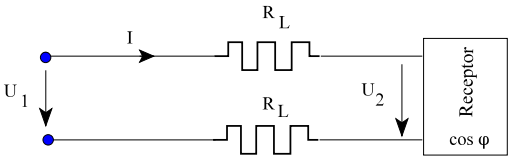


Fig.23.2

En el circuito de la Fig. 23.2 se verifica:

$$\bar{U}_1 = R_L\bar{I} + \bar{U}_2 + R_L\bar{I} = 2.R_L\bar{I} + \bar{U}_2 \qquad (23.9)$$

La caída de tensión viene dada por la expresión:

$$\bar{U}_r = \bar{U}_1 - \bar{U}_2 = 2.R_L\bar{I} \qquad (23.10)$$

Cuyo módulo es:

$$U_r = 2.R_L.I \qquad (23.11)$$

De acuerdo con (23.3) resulta:

$$s = 2.\rho.\frac{l}{U_r}.I \qquad (23.12)$$

La expresión (23.12) permite calcular la sección de los conductores.

Para determinar la sección a partir de la diferencia de tensiones, se utiliza el cálculo complejo. Se toma $\bar{\mathbf{U}}_2$ como origen de fases, y se supone que el receptor conectado a la línea es parcialmente inductivo, por tanto:

$$\bar{U}_2 = U_2\angle 0° \quad ; \quad \bar{I} = I\angle -\varphi \qquad (23.13)$$

De acuerdo con (23.13), la ecuación (23.9) se puede expresar como:

$$\bar{U}_1 = U_2\angle 0° + 2.R_L.I\angle -\varphi = U_2 + 2.R_L.I.\cos\varphi - j.2.R_L.I.sen\varphi \qquad (23.14)$$

El módulo de $\bar{U}_1$ valdrá:

$$U_1 = \sqrt{(U_2 + 2.R_L.I.\cos\varphi)^2 + (2.R_L.I.sen\varphi)^2} \qquad (23.15)$$

La diferencia de tensiones es:

$$\delta = U_1 - U_2 \tag{23.16}$$

Sustituyendo en (23.16) $\mathbf{U}_1$ por (23.15), resulta

$$\delta = \sqrt{(U_2 + 2.R_L.I.\cos\varphi)^2 + (2.R_L.I.sen\varphi)^2} - U_2 \tag{23.17}$$

Si se desprecia $(2.R_L.I.\text{sen}\,\varphi)^2$ frente a $(U_2 + 2.R_L.I.\cos\varphi)^2$, cosa que puede hacerse siempre en baja tensión, resulta:

$$\delta_{aprox} = U_2 + 2.R_L.I.\cos\varphi - U_2 = 2.R_L.I.\cos\varphi \tag{23.18}$$

Pero de acuerdo con (23.3), resulta:

$$s = 2.\rho.\frac{l}{\delta_{aprox}}.I.\cos\varphi \tag{23.19}$$

La expresión (23.19) permite calcular la sección de los conductores de la línea.

La pérdida de potencia se obtiene, multiplicando la expresión (23.10) por el conjugado de la intensidad. Por tanto:

$$\overline{U}_1.\overline{I}^* = \overline{U}_2.\overline{I}^* + \overline{U}_r.\overline{I}^* \tag{23.20}$$

Sustituyendo (23.10) en (23.20) y operando, resulta:

$$\overline{U}_1.\overline{I}^* = \overline{U}_2.\overline{I}^* + 2.R_L\overline{I}.\overline{I}^* = \overline{U}_2.\overline{I}^* + 2.R_L.I^2 \tag{23.21}$$

$$\overline{U}_1.\overline{I}^* - \overline{U}_2.\overline{I}^* = 2.R_L.I^2 \tag{23.22}$$

Pero el primer miembro de (23.22), es la diferencia entre las potencias aparentes al principio y al final de la línea. Toda esta potencia es activa, luego será la pérdida de potencia total en la línea.

$$P_p = 2.R_L.I^2 \tag{23.23}$$

Sustituyendo (23.3) en (23.23) y operando, resulta:

$$s = 2.\rho.\frac{l}{P_p}.I^2 \tag{23.24}$$

La expresión (23.24) permite calcular la sección del conductor.

23.6. LÍNEA BIFILAR EN CORRIENTE ALTERNA MONOFÁSICA, CON RESISTENCIA Y AUTOINDUCCIÓN.

Sea una línea eléctrica bifilar como se indica en la Fig. 23.3. La longitud total de la línea es **2.*l*,** y alimenta un receptor[2] con factor de potencia **cos** φ.(Se supone parcialmente inductivo)

Se designa:

l : Longitud de cada hilo de la línea.
s : Sección del conductor.
ρ : Resistividad del conductor.
L: Coeficiente de autoinducción equivalente de cada hilo de la línea.
U_1: Tensión al principio de la línea.
U_2: Tensión al final de línea.
I : Valor eficaz de la intensidad.
cos φ: Factor de potencia del receptor.

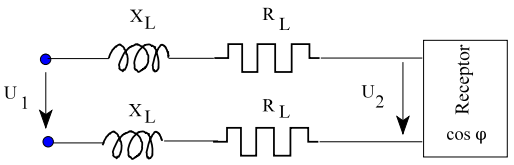


Fig.23.3

En el circuito de la Fig. 23.3 se verifica:

$$\bar{U}_1 = j.X_L.\bar{I} + R_L.\bar{I} + \bar{U}_2 + R_L.\bar{I} + j.X_L.\bar{I} = 2.\bar{I}.(R_L + j.X_L) + \bar{U}_2 \qquad (23.25)$$

La caída de tensión, de acuerdo con (23.25), es:

$$\bar{U}_r = \bar{U}_1 - \bar{U}_2 = 2.\bar{I}.(R_L + j.X_L) = 2.\bar{I}.\bar{Z}_L \qquad (23.26)$$

Siendo $\mathbf{Z_L}$, la impedancia equivalente de cada hilo de la línea

$$\bar{Z}_L = R_L + j.X_L = Z_L \angle \varphi_L \qquad (23.27)$$

El módulo de la caída de tensión es:

$$U_r = 2.Z_L.I \qquad (23.28)$$

El cálculo de la sección de los conductores de la línea a partir de la expresión (23.28), se realiza utilizando el método de aproximaciones sucesivas, dando valores a las secciones de los conductores hasta conseguir que el $\mathbf{U_r}$ calculado, difiera en menos de una cantidad prefijada, del $\mathbf{U_r}$ permitido.

[2]En el supuesto que se tratase de una conjunto de receptores, se tomaría el equivalente a todos ellos.

Para determinar la sección, a partir de la diferencia de tensiones, se utiliza el cálculo complejo. Se toma $\mathbf{U}_2$ como origen de fases, y se supone que el receptor es parcialmente inductivo, por tanto:

$$\overline{U}_2 = U_2\angle 0^\circ \;\; ; \;\; \bar{I} = I\angle -\varphi \qquad (23.29)$$

La ecuación (23.25) se puede expresar como:

$$\overline{U}_1 = U_2\angle 0^\circ + 2.Z_L.I\angle \varphi_L - \varphi \qquad (23.30)$$

El módulo de $\bar{U}_1$ valdrá:

$$U_1 = \sqrt{[U_2 + 2.Z_L.I.\cos(\varphi_L - \varphi)]^2 + [2.Z_L.I.sen(\varphi_L - \varphi)]^2} \qquad (23.31)$$

La diferencia de tensiones es:

$$\delta = U_1 - U_2 \qquad (23.32)$$

Sustituyendo en (23.32), $\mathbf{U}_1$ por (23.31), resulta

$$\delta = \sqrt{[U_2 + 2.Z_L.I.\cos(\varphi_L - \varphi)]^2 + [2.Z_L.I.sen(\varphi_L - \varphi)]^2} - U_2 \qquad (23.33)$$

En este caso, para calcular la sección, se utiliza el método de las aproximaciones sucesivas, dando a los conductores secciones comerciales, hasta que la diferencia de tensiones, calculada a partir de (23.33), sea igual que la máxima permitida.

Si se desprecia $[2.Z_L.I.\text{sen}(\varphi_L-\varphi)]^2$ frente a $[U_2 + 2.Z_L.I.\cos(\varphi_L-\varphi)]^2$, resulta:

$$\delta_{aprox} = U_2 + 2.Z_L.I.\cos(\varphi_L - \varphi)] - U_2 \qquad (23.34)$$

Operando:

$$\delta_{aprox} = 2.I.[Z_L.\cos\varphi_L.\cos\varphi + Z_L.sen\varphi_L.sen\varphi]$$

Pero se cumple que:

$$Z_L.\cos\varphi_L = R_L \;\; ; \;\; Z_L.sen\varphi_L = X_L$$

Por tanto:

$$\delta_{aprox} = 2.I.[R_L.\cos\varphi + X_L.sen\varphi] \qquad (23.35)$$

En este caso la sección también se tiene que calcular **s**, por aproximaciones sucesivas, ya que tanto $\mathbf{X_L}$ como $\mathbf{R_L}$, son funciones de la sección.

La pérdida de potencia se obtiene multiplicando la expresión (23.26) por el conjugado de la intensidad. Por tanto:

$$\overline{U}_1.\overline{I}^* = \overline{U}_2.\overline{I}^* + \overline{U}_r.\overline{I}^* \qquad (23.36)$$

Sustituyendo (23.10) en (23.26) y operando, resulta:

$$\overline{U}_1.\overline{I}^* = \overline{U}_2.\overline{I}^* + 2.\overline{Z}_L\overline{I}.\overline{I}^* = \overline{U}_2.\overline{I}^* + 2.\overline{Z}_L.I^2 \qquad (23.37)$$

$$\overline{U}_1.\overline{I}^* - \overline{U}_2.\overline{I}^* = 2.\overline{Z}_L.I^2 \qquad (23.38)$$

Pero el primer miembro de (23.38), es la diferencia entre la potencia aparente que entra y sale de la línea.

$$\overline{U}_1.\overline{I}^* - \overline{U}_2.\overline{I}^* = 2.Z_L.\cos\varphi_L.I^2 + j.2.Z_L.sen\varphi_L.I^2 = 2.R_L.I^2 + j.2.X_L.I^2 \qquad (23.39)$$

Ahora bien, la diferencia entre la potencia aparente que entra y sale de la línea es:

$$\overline{U}_1.\overline{I}^* - \overline{U}_2.\overline{I}^* = P_p + j.Q_p \qquad (23.40)$$

Comparando las expresiones (23.39) y (23.40), resulta:

$$P_p = 2.R_L.I^2 \quad ; \quad Q_p = 2.X_L.I^2 \qquad (23.41)$$

Sustituyendo (23.3) en (23.41) y operando, resulta:

$$s = 2.\rho.\frac{l}{P_p}.I^2 \qquad (23.42)$$

La expresión (23.42) permite calcular la sección del conductor[3].

[3]Es interesante observar que la expresión (23.42) coincide con la que se obtenía para la línea solo con resistencia, lo cual es lógico si tenemos en cuenta que en ambos casos las pérdidas de potencia activa coinciden.

23.7. LÍNEA TRIFÁSICA EQUILIBRADA CON RESISTENCIA.

Considérese una línea trifásica equilibrada con tensiones de línea; $\bar{U}_1$, $\bar{U}_2$ y $\bar{U}_3$ al comienzo de la línea, y $\hat{\mathbf{U}}_1$, $\hat{\mathbf{U}}_2$ y $\hat{\mathbf{U}}_3$ al final de línea.

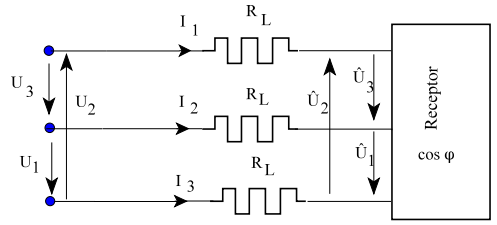


Fig.23.4

Supóngase que dicha línea, de tres conductores, alimenta un receptor, o conjunto de receptores equilibrados, que toman intensidades $\mathbf{I}_1$, $\mathbf{I}_2$ e $\mathbf{I}_3$, con un factor de potencia **cos** φ (Se supone que el receptor es parcialmente inductivo y equilibrado, es decir, $I_1 = I_2 = I_3 = I$).

Tomando $\bar{U}_1$ como origen de fases:

$$\bar{U}_1 = \hat{U}_1 \angle 0^\circ \;\; ; \;\; \bar{U}_2 = \bar{U}_1 \bar{A}^2 \;\; ; \;\; \bar{U}_3 = \bar{U}_1 \bar{A} \qquad (23.43)$$

Las intensidades de línea, tendrán las siguientes expresiones complejas[4]:

$$\bar{I}_1 = I_1 \angle 90^\circ - \varphi \;\; ; \;\; \bar{I}_2 = \bar{I}_1 \bar{A}^2 \;\; ; \;\; \bar{I}_3 = \bar{I}_1 \bar{A} \qquad (23.44)$$

De acuerdo con la Fig. 23.4, se pueden establecer la siguiente ecuación:

$$\bar{U}_1 = \bar{I}_2 . R_L + \bar{U}_1 - \bar{I}_3 . R_L \qquad (23.45)$$

Operando:

$$\bar{U}_1 = R_L . (\bar{I}_2 - \bar{I}_3) + \bar{U}_1 \qquad (23.46)$$

Pero de acuerdo con (23.44):

$$\bar{I}_2 - \bar{I}_3 = \bar{I}_1 \bar{A}^2 - \bar{I}_1 \bar{A} = \bar{I}_1 . (\bar{A}^2 - \bar{A})$$

[4]Se supone que le receptor, o conjunto de receptores, forman un sistema equilibrado.

Además:

$$\overline{A}^2 - \overline{A} = -\frac{1}{2} - j.\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} - j.\frac{\sqrt{3}}{2} = -j.\sqrt{3} = \sqrt{3}\angle -90^\circ \quad (23.47)$$

$$Z_L\angle\varphi_L = R_L \quad (23.48)$$

Luego (23.46) se puede expresar:

$$\bar{I}_2 - \bar{I}_1 = \bar{I}_1.\sqrt{3}\angle -90^\circ = I_1\angle 90^\circ - \varphi.\sqrt{3}\angle -90^\circ = \sqrt{3}.I_1\angle -\varphi \quad (23.49)$$

La caída de tensión, de acuerdo con (23.46), es:

$$\overline{U}_r = \overline{U}_1 - \overline{U}_1 = R_L.(\bar{I}_2 - \bar{I}_3) \quad (23.50)$$

$$\overline{U}_r = R_L.\sqrt{3}.I_1\angle -\varphi = \sqrt{3}.R_L.I_1\angle -\varphi \quad (23.51)$$

Cuyo módulo es [5]:

$$U_r = \sqrt{3}.R_L.I$$

En consecuencia, la sección, con arreglo a este criterio es:

$$s = \frac{\sqrt{3}.\rho.l.I}{U_r} \quad (23.52)$$

La diferencia de tensiones, es:

$$\delta = U_1 - \hat{U}_1 \quad (23.53)$$

Pero,

$$\overline{U}_1 = \overline{\hat{U}}_1 - \overline{U}_r = \hat{U}_1\angle 0^\circ + \sqrt{3}.R_L.I_1\angle -\varphi \quad (23.54)$$

Cuyo módulo es:

$$U_1 = \sqrt{[\hat{U}_1 + \sqrt{3}.R_L.I_1\cos(-\varphi)]^2 + [\sqrt{3}.R_L.I_1 sen(-\varphi)]^2} \quad (23.55)$$

[5] Por ser un receptor equilibrado se verifica: $I_1 = I_2 = I_3 = I$

Sustituyendo (23.55) en (23.53), resulta:

$$\delta = \sqrt{[\hat{U}_1 + \sqrt{3}.R_L.I_1\cos(-\varphi)]^2 + [\sqrt{3}.R_L.I_1 sen(-\varphi)]^2} - \hat{U}_1 \qquad (23.56)$$

En este caso, la sección del conductor se calcula por aproximaciones sucesivas, dando valores comerciales a las secciones, y calculando el valor de **δ** que más se aproxime al máximo permitido.

Si se desprecia $[\sqrt{3}.R_L.I_1.\text{sen}\,(-\varphi)]^2$, frente a $[\hat{U}_1 + \sqrt{3}.R_L.I_1.\cos\,(-\varphi)]^2$, resulta:

$$\delta_{aprox} = \hat{U}_1 + \sqrt{3}.R_L.I.\cos\varphi - \hat{U}_1 = \sqrt{3}.R_L.I.\cos\varphi$$

En este caso la sección se puede determinar mediante la expresión:

$$s = \sqrt{3}.\rho.\frac{l}{\delta_{aprox}}.I.\cos\varphi \qquad (23.57)$$

La pérdida de potencia la obtenemos a partir de la diferencia de las potencias aparentes en la entrada y en la salida de la línea [6]:

$$\bar{S}_1 - \bar{S}_2 = \sqrt{3}.\bar{U}\bar{I}^* - \sqrt{3}.\bar{U}.\bar{I}^* = \sqrt{3}.\bar{I}^*.(\bar{U} - \bar{U}) \qquad (23.58)$$

Si en (23.58) sustituimos $\bar{U} - \bar{U}$ por $\sqrt{3}.R_L,I\angle-\varphi$ según se desprende de (23.51), resulta[7]:

$$\sqrt{3}.\bar{U}.\bar{I}^* - \sqrt{3}.\bar{U}.\bar{I}^* = 3.I^2.R_L \qquad (23.59)$$

Pero el primer miembro de (23.58), es la diferencia entre las potencias de entrada y salida en la línea, según acabamos de ver en (23.59), y toda ella es activa, por tanto:

$$\bar{\Delta S} = 3.R_L.I^2 = P_p$$

$$P_p = 3.R_L.I^2 \qquad (23.60)$$

Sustituyendo (23.3) en (23.60) y operando, resulta:

$$s = 3.\rho.\frac{l}{P_p}.I^2 \qquad (23.61)$$

Expresión que permite calcular la sección.

---

[6] La potencia aparente en una línea trifásica equilibrada se puede expresar de la siguiente forma: $\bar{S} = \sqrt{3}.\bar{U}\,\bar{I}^*$

[7] En efecto: $\sqrt{3}.\bar{I}^* = \sqrt{3}.I\angle+\varphi$. Por tanto: $\sqrt{3}.R_L\ I\angle-\varphi.\sqrt{3}.I\angle+\varphi = 3.I^2.R_L$

23.8. LÍNEA TRIFÁSICA EQUILIBRADA, CON RESISTENCIA Y AUTOINDUCCIÓN.

Considérese una línea trifásica equilibrada con tensiones de línea; $\bar{U}_1$, $\bar{U}_2$ y $\bar{U}_3$ al comienzo de la línea, y $\hat{\mathbf{U}}_1$, $\hat{\mathbf{U}}_2$ y $\hat{\mathbf{U}}_3$ al final de línea.

Supóngase que dicha línea, de tres conductores, alimenta un receptor, o conjunto de receptores equilibrados, que toman intensidades $\mathbf{I}_1$, $\mathbf{I}_2$ e $\mathbf{I}_3$, con un factor de potencia **cos** φ.

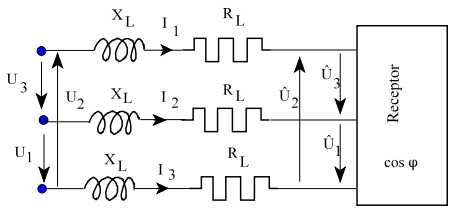


Fig. 23.5

Tomando $\bar{U}_1$ como origen de fases:

$$\bar{U}_1 = \hat{U}_1 \angle 0^\circ \;\; ; \;\; \bar{U}_2 = \bar{U}_1 . \bar{A}^2 \;\; ; \;\; \bar{U}_3 = \bar{U}_1 . \bar{A} \qquad (23.62)$$

Las intensidades de línea, tendrán las siguientes expresiones complejas:

$$\bar{I}_1 = I_1 \angle 90^\circ - \varphi \;\; ; \;\; \bar{I}_2 = \bar{I}_1 . \bar{A}^2 \;\; ; \;\; \bar{I}_3 = \bar{I}_1 . \bar{A} \qquad (23.63)$$

De acuerdo con la Fig. 23.5, se pueden establecer la siguiente ecuación:

$$\bar{U}_1 = \bar{I}_2 . (R_L + j.X_L) + \bar{U}_1 - \bar{I}_3 . (R_L + j.X_L) \qquad (23.64)$$

Operando:

$$\bar{U}_1 = (R_L + j.X_L) . (\bar{I}_2 - \bar{I}_3) + \bar{U}_1 \qquad (23.65)$$

Pero de acuerdo con (23.63):

$$\bar{I}_2 - \bar{I}_3 = \bar{I}_1 . \bar{A}^2 - \bar{I}_1 . \bar{A} = \bar{I}_1 . (\bar{A}^2 - \bar{A}) \qquad (23.66)$$

Ahora bien:

$$\bar{A}^2 - \bar{A} = -\frac{1}{2} - j.\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} - j.\frac{\sqrt{3}}{2} = -j.\sqrt{3} = \sqrt{3} \angle -90^\circ \qquad (23.67)$$

$$R_L + j.X_L = Z_L \angle \varphi_L = \overline{Z}_L \qquad (23.68)$$

Luego (23.66) se puede expresar:

$$\bar{I}_2 - \bar{I}_1 = \bar{I}_1.\sqrt{3}\angle -90^\circ = I_1\angle 90^\circ - \varphi.\sqrt{3}\angle -90^\circ = \sqrt{3}.I_1\angle -\varphi \qquad (23.69)$$

La caída de tensión es:

$$\overline{U}_r = \overline{U}_1 - \overline{\hat{U}}_1 = (R_L + j.X_L).(\bar{I}_2 - \bar{I}_3) = \overline{Z}_L.(\bar{I}_2 - \bar{I}_3) \qquad (23.70)$$

$$\overline{U}_r = Z_L\angle \varphi_L.\sqrt{3}.I_1\angle -\varphi = \sqrt{3}.Z_L.I_1\angle \varphi_L - \varphi \qquad (23.71)$$

Cuyo módulo es[8]:

$$U_r = \sqrt{3}.Z_L.I \qquad (23.72)$$

El cálculo de la sección de los conductores de la línea a partir de la expresión (23.72), se realiza utilizando el método de aproximaciones sucesivas, dando valores comerciales a las secciones de los conductores, y calculando el $\mathbf{U}_r$ que más se aproxime al máximo permitido.

La diferencia de tensiones es:

$$\delta = U_1 - \hat{U}_1 \qquad (23.73)$$

Pero,

$$\overline{U}_1 = \overline{\hat{U}}_1 + \overline{U}_r = \hat{U}_1\angle 0^\circ + \sqrt{3}.Z_L.I_1\angle \varphi_L - \varphi \qquad (23.74)$$

Cuyo módulo es:

$$U_1 = \sqrt{[\hat{U}_1 + \sqrt{3}.Z_L.I_1\cos(\varphi_L - \varphi)]^2 + [\sqrt{3}.Z_L.I_1 sen(\varphi_L - \varphi)]^2} \qquad (23.75)$$

Sustituyendo (23.75) en (23.73), resulta:

$$\delta = \sqrt{[\hat{U}_1 + \sqrt{3}.Z_L.I_1\cos(\varphi_L - \varphi)]^2 + [\sqrt{3}.Z_L.I_1 sen(\varphi_L - \varphi)]^2} - \hat{U}_1 \qquad (23.76)$$

En este caso, la sección del conductor se calcula por aproximaciones sucesivas, dando valores comerciales a las secciones, y calculando el valor de $\boldsymbol{\delta}$ que más se aproxime al máximo permitido.

[8]Ya que se verifica: $I_1 = I_2 = I_3 = I$ (Por ser el receptor equilibrado)

Si se desprecia $[\sqrt{3}.I_1.Z_L.\text{sen}\,(\varphi_L-\varphi)]^2$, frente a $[\hat{U}_1 + \sqrt{3}.I_1.Z_L.\cos\,(\varphi_L-\varphi)]^2$, cosa que puede hacerse en líneas de alta tensión de tercera categoría, resulta:

$$\delta_{aprox} = \sqrt{3}.I_1.Z_L.\cos\varphi_L.\cos\varphi + \sqrt{3}.I_1.Z_L.sen\varphi_L.sen\varphi \qquad (23.77)$$

Pero:

$$\left.\begin{array}{l} Z_L.\cos\varphi_L = R_L \;\; ; \;\; Z_L.sen\varphi_L = X_L \\ I_1 = I_2 = I_3 = I \end{array}\right\} \qquad (23.78)$$

Sustituyendo (23.78) en (23.77), resulta:

$$\delta_{aprox} = \sqrt{3}.I.(R_L.\cos\varphi + X_L.sen\varphi) \qquad (23.79)$$

La expresión (23.79) permite calcular la sección **s** del conductor mediante el método de aproximaciones sucesivas.

La pérdida de potencia aparente en la línea la obtenemos mediante la expresión:

$$\overline{S}_1 - \overline{S}_2 = \sqrt{3}.\overline{U}\overline{I}^* - \sqrt{3}.\overline{\hat{U}}\overline{I}^* = \sqrt{3}.\overline{I}^*.(\overline{U} - \overline{\hat{U}}) \qquad (23.80)$$

Tomando la tensión al final de la línea, $\overline{\hat{U}}_1$ como origen de fases, resulta:

$$\overline{S}_1 - \overline{S}_2 = \sqrt{3}.I\angle\varphi.[U\angle-\varphi_1 - \hat{U}\angle 0^o] = \sqrt{3}.I.U.\angle\varphi-\varphi_1 - \sqrt{3}.I.\hat{U}.\angle\varphi$$

$$\overline{S}_1 - \overline{S}_2 = \sqrt{3}.U.I.\cos(\varphi-\varphi_1) + j.\sqrt{3}.U.I.sen(\varphi-\varphi_1) - [\sqrt{3}.\hat{U}.I.\cos\varphi + j.\sqrt{3}.\hat{U}.I.sen\varphi]$$

$$\overline{S}_1 - \overline{S}_2 = \sqrt{3}.U.I.\cos(\varphi-\varphi_1) - \sqrt{3}.\hat{U}.I.\cos\varphi + j.[\sqrt{3}.U.I.sen(\varphi-\varphi_1) - j.\sqrt{3}.\hat{U}.I.sen\varphi]$$

Ahora bien, sabemos que en la línea, se verifica:

$$\overline{S}_1 - \overline{S}_2 = P_p + j.Q_p \qquad (23.82)$$

Comparando (23.81) y (23.82), resulta:

$$\left.\begin{array}{l} P_p = \sqrt{3}.U.I.\cos(\varphi-\varphi_1) - \sqrt{3}.\hat{U}.I.\cos\varphi \\ Q_p = \sqrt{3}.U.I.sen(\varphi-\varphi_1) - \sqrt{3}.\hat{U}.I.sen\varphi \end{array}\right\} \qquad (23.83)$$

Pero, la potencia activa que entra en línea, de acuerdo con (23.83), es:

$$P_1 = \sqrt{3}.U.I.\cos(\varphi-\varphi_1)$$

Y la potencia activa que sale de la línea, de acuerdo con (23.83), es:

$$P_2 = \sqrt{3}.\hat{U}.I.\cos\varphi$$

Luego la diferencia (23.83) es la potencia que se disipa en la línea.

Sustituyendo, en (23.80), $\overline{U} - \overline{\hat{U}}$ $\overline{U}_r$, por , según (23.71), resulta[9]:

$$\sqrt{3}.\overline{U}.\overline{I}^* - \sqrt{3}.\overline{\hat{U}}.\overline{I}^* = 3.I^2.Z_L\angle\varphi_L \qquad (23.84)$$

El primer miembro de (23.84), es la diferencia entre las potencias aparentes de entrada y salida en la línea, luego:

$$\overline{\Delta S} = 3.I^2.Z_L.\cos\varphi_L + j.3.I^2.Z_L.sen\varphi_L \qquad (23.85)$$

$$\overline{\Delta S} = 3.I^2.R_L + j.3.I^2.X_L = P_p + j.Q_p \qquad (23.86)$$

La pérdida de potencia es:

$$P_p = 3.R_L.I^2 \qquad (23.87)$$

Sustituyendo (23.3) en (23.87), y operando, resulta:

$$s = 3.\rho.\frac{l}{P_p}.I^2 \qquad (23.88)$$

Expresión que permite calcular la sección.

[9] En efecto: $\sqrt{3}.\bar{I}^*.\sqrt{3}.I.Z_L\angle\varphi_L-\varphi = \sqrt{3}.I\angle\varphi.\sqrt{3}.I..Z_L\angle\varphi_L-\varphi = 3.I^2.Z_L\angle\varphi_L$

23.9. RESUMEN DEL CÁLCULO ELÉCTRICO DE LÍNEAS.

En el cuadro siguiente se resume, para los tipos de líneas estudiadas, los distintos criterios de cálculo.

Tipo de Línea			**U_r**	**δ**	**P_p**
Corriente continua (2 hilos)			$2.R_L.I$	$2.R_L.I$	$2.R_L.I^2$
Corriente alterna	Monofásica	R_L	$2.R_L.I$	$2.R_L.I.\cos\varphi_2$	$2.R_L.I^2$
		R_L y X_L	$2.Z_L.I$	$2.I.(R_L.\cos\varphi_2 + X_L.sen\varphi_2)$	$2.R_L.I^2$
	Trifásica	R_L	$\sqrt{3}.R_L.I$	$\sqrt{3}.R_L.I.\cos\varphi_2$	$3.R_L.I^2$
		R_L y X_L	$\sqrt{3}.Z_L.I$	$\sqrt{3}.I.(R_L.\cos\varphi_2 + X_L.sen\varphi_2)$	$3.R_L.I^2$

23.10. CÁLCULO DE LA SECCIÓN DEL CONDUCTOR DE UNA LÍNEA, ATENDIENDO A LA DIFERENCIA DE TENSIONES.

El problema que se plantea es calcular la sección que se debe dar a un conductor de una línea, para que la máxima diferencia de tensiones **δ**, sea un porcentaje $\mathbf{P_\delta}$ de la tensión final $\mathbf{U_2}$.

a) Corriente continua (2 hilos):

$$\frac{p_\delta.U_2}{100} = 2.\rho.\frac{l}{s}.I \quad : \quad s = \frac{200.\rho.l.I}{p_\delta.U_2} \tag{23.89}$$

En líneas donde se desprecia la autoinducción, se pueden dar los siguientes casos:

b) Corriente alterna:

b.1) Monofásica:

$$\frac{p_\delta.U_2}{100} = 2.\rho.\frac{l}{s}.I.\cos\varphi \quad : \quad s = \frac{200.\rho.l.I.\cos\varphi}{p_\delta.U_2} \tag{23.90}$$

b.2) Trifásica:

$$\frac{p_\delta.U_2}{100} = \sqrt{3}.\rho.\frac{l}{s}.I.\cos\varphi \quad : \quad s = \frac{\sqrt{3}.100.\rho.l.I.\cos\varphi}{p_\delta.U_2} \tag{23.91}$$