TEMA 30

DISTRIBUCIÓN DE LOS APOYOS EN EL TRAZADO DE UNA LÍNEA ELÉCTRICA

30.1. INTRODUCCIÓN.

La determinación de los emplazamientos de los apoyos de una línea se lleva acabo partiendo del perfil longitudinal del terreno donde la línea se va a instalar.

Cuando se trata de terreno abrupto y montañoso la situación ideal de los apoyos es en las cotas más altas, pues de este modo los cables de la línea pueden salvar las depresiones del terreno. Sin embargo esta solución no siempre es factible.

Por otra parte, si se siguiese sólo el anterior criterio podrían obtenerse vanos excesivamente largos.

Como regla general el número de apoyos será lo menor posible, aunque en algunos casos tendremos que proyectar apoyos especiales para poder salvar grandes distancias.

En consecuencia, tanto sí se trata de apoyos metálicos, de hormigón o de madera, es necesario tener previsto que habrá que utilizar en todos ellos distintas alturas.

30.2. PARÁBOLA CARACTERÍSTICA DE UN CABLE.

Según (28.38), cuando la relación **x/h** no es grande se puede utilizar la parábola en vez de la catenaria. La ecuación de la parábola es:

$$z = h + \frac{x^2}{2h} \qquad (30.1)$$

Si se supone que el vértice de la parábola es tangente al eje de abscisas en el origen, la ecuación (30.1) se reduce a:

$$z = \frac{x^2}{2h} \qquad (30.2)$$

Los extremos del vano, **A** o **B** se encuentra situados en punto de abscisas **-a/2** y **a/2**, respectivamente. Por tanto la ordenada de dichos puntos será el valor de la flecha. En consecuencia la flecha será:

$$f = \frac{(\frac{a}{2})^2}{2h} \qquad (30.3)$$

De (30.3) se puede despejar 2h,

$$2h = \frac{(\frac{a}{2})^2}{f} \qquad (30.4)$$

Expresión que permite calcular el denominador de la ecuación de la parábola, como cociente entre cuadrado del semivano y la flecha vertical. De esta forma, conocida la flecha vertical correspondiente a un vano, se puede obtener fácilmente la ecuación de la parábola.

30.3. CURVA DE FLECHAS MÁXIMAS.

La curva de flechas máximas es la que adopta el cable para cada condición de dichas flechas.

De acuerdo con las hipótesis reglamentarias, y mediante la ecuación de cambio de condiciones se calcula la tensión unitaria que permite calcular las flechas verticales correspondiente. Una vez calculadas las diferentes flechas se elige la mayor de todas, y esa será la que nos defina la hipótesis más desfavorable. Este valor nos indica que condición es la que hay que tener en cuenta en cada caso, y así partiendo de dicha condición obtener los distintos valores de la flecha para cada longitud del vano.

La curva así representada se dibuja sobre papel transparente para poderla superponer a lo largo del perfil longitudinal de la línea[1].

Conviene que la representación de la curva se haga para una gama extensa de vanos, aunque no se vayan a utilizar todos. La explicación de esta precaución es que para terrenos accidentados se utilizarán las partes altas de la curva de flechas máximas, es decir, la que se corresponde con los vanos de gran longitud.

[1]Las escalas de la curva de flecha máxima han de ser las mismas que las que se adoptan en la representación del perfil longitudinal, es decir, **1:2000** para horizontales y **1:500** para verticales.

30.3.1. CURVA DE FLECHAS MÁXIMAS CON LA ECUACIÓN DE LA CATENARIA.

Se parte del mayor valor que toma la flecha para un vano determinado, después de aplicar las distintas hipótesis reglamentarias. Este valor nos dará la hipótesis más desfavorable.

Según se vio en (28.30) la ecuación de la flecha, en el caso de utilizar la catenaria, es:

$$f = h.[Cosh(\frac{x}{h}) - 1] \qquad (30.5)$$

Ahora bien si se sustituye **h** por:

$$h = \frac{t}{\omega} = \frac{\frac{T}{S}}{\frac{p}{S}} = \frac{T}{p} \qquad (30.6)$$

Resulta:

$$f = \frac{T}{p}[Cosh(\frac{x}{\frac{T}{p}}) - 1] = \frac{T}{p}[Cosh(\frac{xp}{T}) - 1] \qquad (30.7)$$

Sí $\mathbf{T_i}$ es la tensión unitaria para la hipótesis **i**, la flecha será:

$$f_i = \frac{T_i}{p}[Cosh(\frac{x}{\frac{T_i}{p}}) - 1] = \frac{T_i}{p}[Cosh(\frac{xp}{T_i}) - 1] \qquad (30.8)$$

Supongamos que la hipótesis más desfavorable sea la **C)**, y vamos a tomar los datos de la Tabla 29.3.

$$T_c = 3387{,}6\ kg.m^{-1} \quad y \quad p = 1{,}083\ kg.m^{-1}$$

La ecuación de la flecha (30.8) será, en este supuesto:

$$f_{max} = \frac{3387{,}6}{1{,}083}[Cosh(\frac{x.1{,}083}{3387{,}6}) - 1] \qquad (30.9)$$

Operando (30.9) resulta:

$$f_{max} = 3128[Cosh(\frac{x}{3128}) - 1] \qquad (30.10)$$

Dando a los semivanos valores de 25 en 25 metros, desde 25 a 550 metros, se obtiene

los valores de las flechas verticales máximas, según se indica en la Tabla 30.1.

TABLA 30.1

VALORES DE LAS FLECHAS MÁXIMAS PARA LOS DISTINTOS VANOS SEGÚN LA CATENARIA

Semivanos (metros)	**Vanos (metros)**	**Cosh x/3128 - 1**	**flechas máximas verticales f_c = 3128[Cosh x/3128 - 1]**
25	50	0,00003	0,100
50	100	0,00013	0,400
75	150	0,00029	0,899
100	200	0,00051	1,599
125	250	0,00080	2,498
150	300	0,00115	3,597
175	350	0,00157	4,897
200	400	0,00204	6,396
225	450	0,00259	8,096
250	500	0,00320	9,996
275	550	0,00387	12,096
300	600	0,00460	14,397
325	650	0,00540	16,899
350	700	0,00627	19,602
375	750	0,00719	22,505
400	800	0,00819	25,610
425	850	0,00924	28,917
450	900	0,01037	32,425
475	950	0,01155	36,135
500	1000	0,01280	40,047
525	1050	0,01412	44,161
550	1100	0,01550	48,478

En la Fig.30.1 se representan los valores obtenidos en la Tabla 30.1.

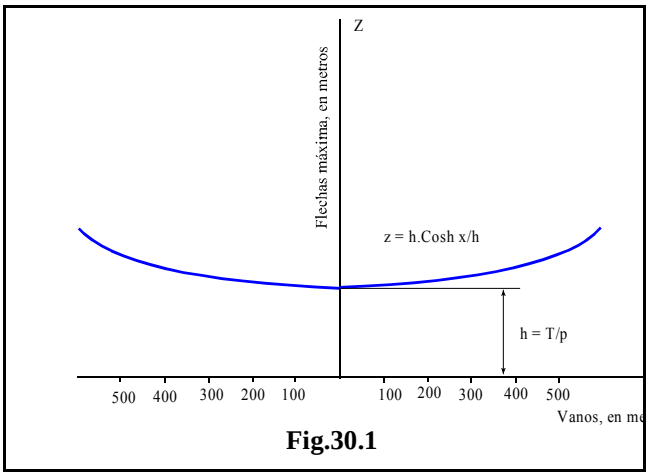


Fig.30.1

30.3.2. CURVA DE FLECHAS MÁXIMAS CON LA ECUACIÓN DE LA PARÁBOLA.

La curva de flechas máximas se puede dibujar utilizando la ecuación de la parábola, según la expresión (32.2).

$$z = \frac{x^2}{2h} \qquad (30.11)$$

Vamos a utilizar el mismo cable que se ha utilizado en el epígrafe anterior y según las mismas hipótesis. En este caso:

$$h = \frac{T_c}{p_c} \;\; ; \;\; h = \frac{3387,6}{1,083} = 3128 \;\; ; \;\; 2h = 6256 \qquad (30.12)$$

Sustituyendo (3.12) en (3.11) resulta:

$$z = \frac{x^2}{6256} \qquad (30.13)$$

Vamos a determinar los valores de las ordenadas de la curva de flechas máximas para este caso tomando semivanos de 25 en 25 metros, desde 25 hasta 550 metros.

Dichos valores se recogen en la Tabla 30.2.

TABLA 30.2

VALORES DE LAS FLECHAS MÁXIMAS PARA LOS DISTINTOS VANOS SEGÚN LA PARÁBOLA

Semivanos (metros)	**Vanos (metros)**	**Semivanos al cuadrado (metros cuadrados)**	**Flechas máximas verticales $f_c = x^2/6256$ (metros)**
25	50	625	0,100
50	100	2.500	0,400
75	150	5.625	0,899
100	200	10.000	1,598
125	250	15.625	2,498
150	300	22.500	3,597
175	350	30.625	4,895
200	400	40.000	6,394
225	450	50.625	8,092
250	500	62.500	9,990
275	550	75.625	12,088
300	600	90.000	14,386
325	650	105.625	16,884
350	700	122.500	19,581
375	750	140.625	22,478
400	800	160.000	25,575
425	850	180.625	28,872
450	900	202.500	32,369
475	950	225.625	36,065
500	1.000	250.000	39,962
525	1.050	275.625	44,058
550	1.100	302.500	48,354

En la Fig.30.2 se representan los valores de las flechas máxima verticales obtenidos en la Tabla 30.2.

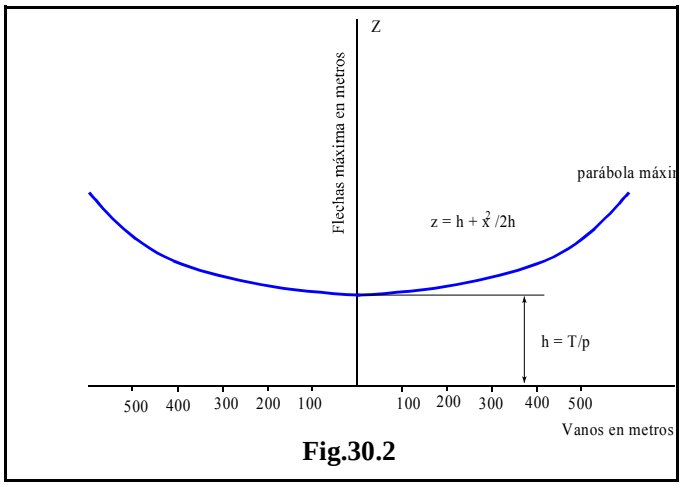


Fig.30.2

30.3.3. COMPARACIÓN DE LAS FLECHAS MÁXIMAS VERTICALES OBTENIDAS SEGÚN LA CATENARIA Y LA PARÁBOLA.

Se pueden comparar los resultados obtenidos en los dos epígrafes anteriores que se corresponden al mismo cable y con la misma hipótesis desfavorable. Para ello se construye una tabla en la que se recogen los resultados de las tablas 30.1 y 30.2 para los mismos vanos.

En la Tabla 30.3 se comparan ambos métodos. Como se puede apreciar utilizando la catenaria se obtienen flechas verticales mayores que si se utiliza la parábola. Esto es consecuencia de que para la obtención de la ecuación de la parábola se han cogido los dos primeros términos del desarrollo en serie de la catenaria. Por tanto al despreciar los restantes términos los valores que se obtienen tienen que ser necesariamente menores.

TABLA 30.3

COMPARACIÓN DE LOS VALORES DE LAS FLECHAS MÁXIMAS VERTICALES OBTENIDAS SEGÚN LA CATENARIA Y LA PARÁBOLA

Vanos (metros)	**Flecha máxima vertical (metros)**	
	Catenaria	**Parábola**
25	0,100	0,100
50	0,400	0,400
75	0,899	0,899
100	1,599	1,598
125	2,498	2,498
150	3,597	3,597
175	4,897	4,895
200	6,396	6,394
225	8,096	8,092
250	9,996	9,990
275	12,096	12,088
300	14,397	14,386
325	16,899	16,884
350	19,602	19,581
375	22,505	22,478
400	25,610	25,575
425	28,917	28,872
450	32,425	32,369
475	36,135	36,065
500	40,047	39,962
525	44,161	44,058
550	48,478	48,354

En la Fig.30.3 se ven las dos curvas de las figuras 30.1 y 30.2 superpuestas. Es de señalar que para poder establecer la comparación es preciso que las dos curvas pasen por los extremos del vano. Se ve como las flechas de la catenaria son mayores que las de la parábola.

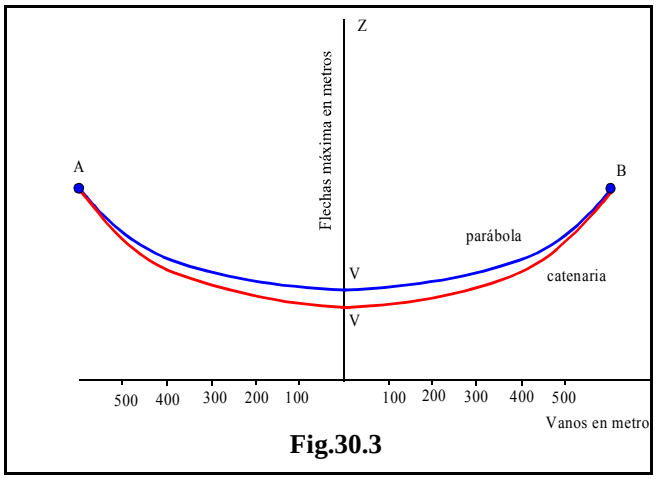


Fig.30.3

Cuando se trata de líneas con vanos menores de 1.000 metros, se puede utilizar el método de la parábola. Para vanos de mayor longitud deben calcularse por la catenaria.

La curva de flechas máximas verticales, cuando se usa el método de la parábola, se denomina *parábola máxima*. La curva de flechas mínimas verticales, cuando se usa el método de la parábola, se denomina *parábola mínima.*

30.4. PARÁBOLA MÁXIMA.

Un sistema recomendable para la distribución de los apoyos consiste en construir una plantilla en la que se dibuje la parábola máxima[2].

A continuación se construyen otras dos parábolas paralelas a la anterior que estarán desplazadas, la flecha máxima vertical que admite el apoyo en terreno llano, y la altura mínima a que han de quedar los cables sobre el terreno. Las dos parábolas anteriores reciben los nombres de:

☞Pié de los apoyos.
☞ Distancia mínima al terreno.

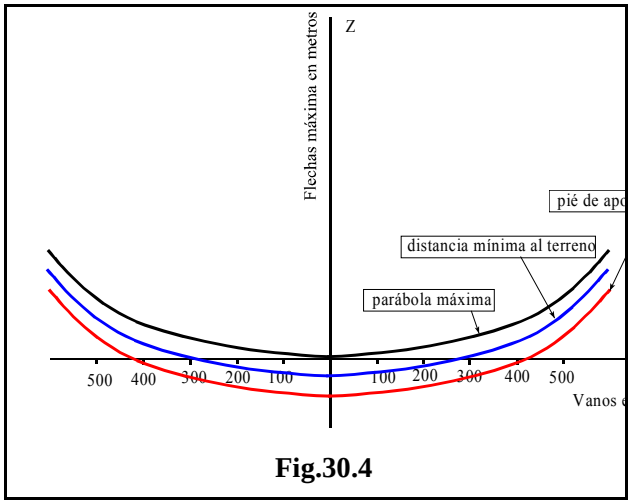


Fig.30.4

Con estas tres parábolas, que son iguales y paralelas entre sí, se construye la plantilla para la distribución de los apoyos en el terreno. Fig. 3.4.

[2]La representación de la parábola, de acuerdo con lo que se comentó en el epígrafe 30.3 deberá ser **1:2000** para horizontales y **1:500** para verticales.

La utilización de la plantilla es como sigue:

☞ La parábola de *distancia mínima al terreno* se sitúa dé forma que quede tangente al perfil longitudinal del terreno en el que se vayan a situar los apoyos.

☞ En los puntos en que corte a dicho perfil la parábola de *píe de apoyos* es donde se deberán situar estos.

De esta forma se garantiza que los cables quedarán a una distancia mínima del suelo igual a la flecha máxima vertical.

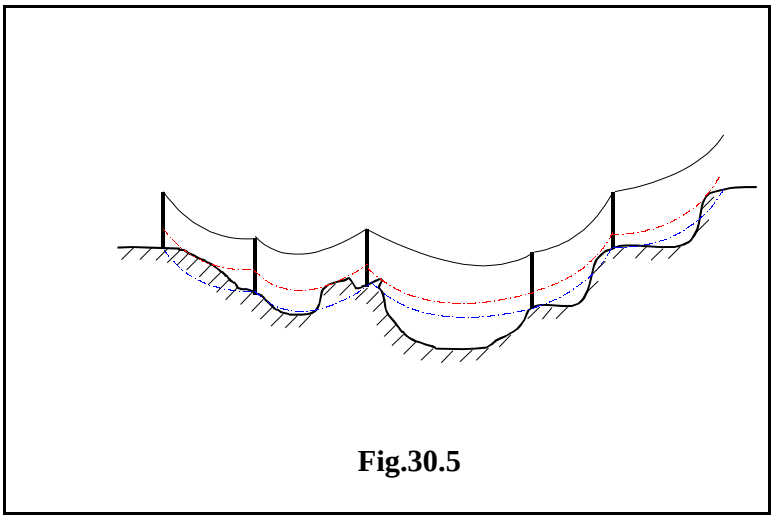


Fig.30.5

30.5. PARÁBOLA MÍNIMA.

Una vez situados los apoyos en el terreno de acuerdo con lo expuesto en el apartado anterior, es preciso determinar que apoyos quedan sometidos a un tiro vertical hacia arriba, cuando se produzcan las condiciones que den lugar a la flecha mínima vertical. Este fenómeno se conoce como *flecha vertical mínima.*

Para determinar los apoyos que trabajan con flecha vertical mínima, se construye la parábola mínima.

Un apoyo que trabaja bajo la flecha vertical mínima tenderá a ser arrancado de sus anclajes en el empotramiento por los cables que soporta. Lo anterior se producirá cuando los cables vayan sujetos íntimamente al apoyo (por ejemplo si se utilizan aisladores rígidos), sin embargo, en él supuesto que los cables vayan sujetos al apoyo por cadenas, estas quedarán dobladas con el consiguiente peligro de que los cables estén más cerca del apoyo de lo que establecen las normas de seguridad.

La parábola mínima se calcula a partir del *doble vano mínimo*, entendiendo por tal la suma mínima de dos vanos contiguos cualesquiera.

La parábola mínima tendrá que pasar entre cada tres apoyos o bien dos vanos. De esta forma se comprueba si el apoyo intermedio tiene tiro hacia arriba o no.

De lo que se acaba de exponer se deduce que la parábola mínima hay que aplicarla una vez que se han distribuido los apoyos en el perfil del terreno mediante la parábola máxima.

En la Tabla 29.3 se contempló un supuesto de un conductor en la hipótesis C), que se consideraba la más desfavorable. Para obtener la parábola mínima hay que operar a partir de la hipótesis más desfavorable hasta la más favorable, en este caso vamos a suponer que se trate de la hipótesis H). Tomaremos la misma temperatura - 20ºC, pero en este caso no vamos a considerar la sobrecarga por manguito de hielo, como hacíamos en la hipótesis C).

Tomando los datos del cable que figuran en la Tabla 29.3, resulta:

Hipótesis C):

$T_c = 10163/3$ kg
$S = 288{,}6$ mm^2
$p = 1{,}083$ kg.m^{-1}
$t_c = 10163/(3.288{,}6) = 11{,}74$ kg.mm^{-2}
$p_c = 2{,}773$ kg.m^{-1}
$m_c = 2{,}773/1{,}083 = 2{,}56$

Hipótesis H):

$\theta_H = -20$ºC
$\Delta\theta = \theta_H - \theta_c$; $\Delta\theta = -20 - (-20) = 0$ºC
$p_H = 1{,}083$ kg.m^{-1}
$m_H = p_H/p$; $m_H = 1{,}083/1{,}083 = 1$

(Vamos a suponer que el doble vano mínimo sea 450 metros)

Valor de la constante K para la hipótesis C) en estas condiciones:

$$K = 11{,}74 - [450^2.2{,}56^2.0{,}00375^2.\frac{8000}{24.11{,}74^2}] = -33{,}39$$

La ecuación de cambio de condiciones para la hipótesis más favorable es:

$$t_H^2[t_H - (K - \alpha.E.\Delta\theta)] = \frac{a^2.\omega^2.E}{24.m_H^2}$$

Sustituyendo los datos se obtiene:

$$t_H^2[t_H - (-33{,}39 - 17{,}7.10^{-6}.8000.0)] = \frac{450^2.0{,}00375^2.8000}{24.1}$$

$$t_H^2[t_H + 33{,}39] = 949{,}22$$

Resuelta:

$$t_H = 4{,}974\ kg.mm^{-2} \quad ; \quad T_H = 4{,}974.288{,}6 = 1435{,}50\ kg$$

Para el cálculo de la ecuación de la parábola mínima, utilizaremos la ecuación:

$$f = \frac{x^2}{2h} \tag{30.14}$$

Siendo:

$$h = \frac{T_H}{p_H} \quad ; \quad h = \frac{1435{,}50}{1{,}083} = 1325{,}48$$

Por tanto la parábola mínima es:

$$f_{mín} = \frac{x^2}{2650{,}96} \tag{30.15}$$

Partiendo de la ecuación (30.15) se construye la Tabla 30.4 de los valores de las flechas mínimas verticales para vanos de 25 en 25 metros, desde 25 hasta 550 metros.

A partir de la función (30.15) se construye la parábola de flechas mínimas verticales o parábola mínima. La plantilla construida a partir de la parábola mínima se va a emplear cada tres apoyos, ya que la finalidad de la misma es comprobar si el apoyo intermedio está sometido a un tiro vertical hacia arriba.

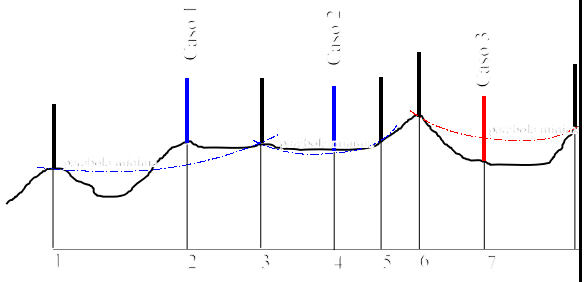


Fig.30.6

La parábola mínima la situamos de forma que pase por los pies de los dos apoyos extremos, en esta situación pueden suceder tres casos con el apoyo intermedio:

① Que quede debajo del extremo inferior del apoyo intermedio: No habrá tiro vertical hacia arriba en el apoyo intermedio.

② Que quede justo en el extremo inferior del apoyo intermedio: No habrá tiro ni hacia arriba ni hacia abajo en el apoyo intermedio.

③ Que quede por encima del extremo inferior del apoyo intermedio: Habrá tiro vertical hacia arriba en el apoyo intermedio.

En la Fig.30.6 se ven claramente los tres casos:

Caso 1: La parábola mínima queda por debajo del apoyo 2. No hay tiro.

Caso 2: La parábola mínima pasa por el extremo inferior del apoyo 4. No hay tiro.

Caso 3: La parábola mínima pasa por encima del pie del apoyo 7. Habrá tiro hacia arriba.

TABLA 30.4

FLECHAS MÍNIMAS VERTICALES. PARÁBOLA MÍNIMA

Semivanos (m)	Semivano al cuadrado (m^2)	Vanos (m)	Flechas mínimas $f_H = x^2/2650,96$ (m)
25	**625**	**50**	**0,24**
50	**2.500**	**100**	**0,94**
75	**5.625**	**150**	**2,12**
100	**10.000**	**200**	**3,77**
125	**15.625**	**250**	**5,89**
150	**22.500**	**300**	**8,49**
175	**30.625**	**350**	**11,55**
200	**40.000**	**400**	**15,09**
225	**50.625**	**450**	**19,10**
250	**62.500**	**500**	**23,58**
275	**75.625**	**550**	**28,53**
300	**90.000**	**600**	**33,95**
325	**105.625**	**650**	**39,84**
350	**122.500**	**700**	**46,21**
375	**140.625**	**750**	**53,05**
400	**160.000**	**800**	**60,36**
425	**180.625**	**850**	**68,14**
450	**202.500**	**900**	**76,39**
475	**225.625**	**950**	**85,11**
500	**250.000**	**1.000**	**94,31**
525	**275.625**	**1.050**	**103,97**
550	**302.500**	**1.100**	**114,11**

Con objeto de anular el efecto del *tiro vertical hacia arriba* existen algunos procedimientos como pude ser hacer una nueva distribución de los apoyos en el terreno, de

forma que no se produzca dicho efecto en ningún apoyo, o bien se dotará a los cables de unos contrapesos para que anulen dicho efecto. En este último supuesto, los cables estarán sometidos a un tiro vertical hacia abajo adicional que actuará incluso cuando se produzca la situación de flecha mínima.