PROHIBIDA SU PUBLICACIÓN

TEMA 34

TRANSFORMADORES MONOFÁSICOS I

34.1. TRANSFORMADOR MONOFÁSICO IDEAL.

Un transformador es una máquina estática cuya finalidad es transmitir, por medio de un campo electromagnético alterno, energía eléctrica de un sistema con una determinada tensión, a otro sistema con otra tensión deseada.

El *transformador monofásico ideal* está constituido por un núcleo de hierro que tiene arrolladas dos bobinas; una se denomina primaria y tiene $\mathbf{n_1}$ espiras, y otra secundaria con $\mathbf{n_2}$. Las bobinas tienen sus arrollamientos con sentidos contrarios.

Supongamos que se aplica una tensión alterna senoidal, $\mathbf{u_1}$ a la bobina primaria (Fig. 34.1). Como consecuencia, el circuito primario absorbe una corriente $\mathbf{i_1}$, que será también de carácter senoidal y de la misma frecuencia que la tensión aplicada.

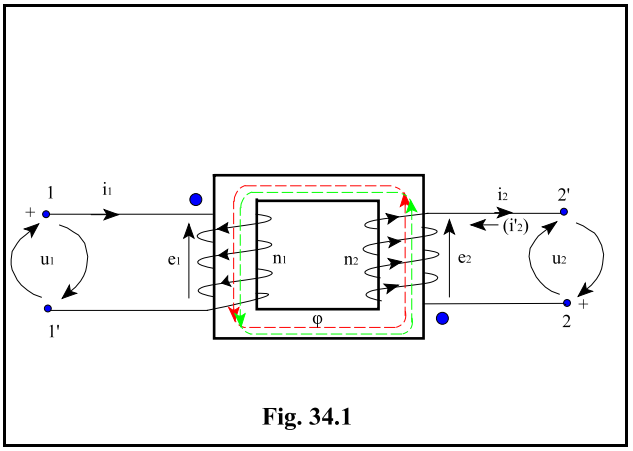


Fig. 34.1

La corriente alterna, al circular por la bobina primaria creará un flujo magnético, que será también alterno. Debido a este flujo variable en el tiempo, por la *Ley de Faraday*, se inducirá en el arrollamiento del primario una fuerza electromotriz alterna que, por la *Ley de Lenz*, tenderá a oponerse a la causa que la produce (en este caso la tensión aplicada). Por tanto se trata de una fuerza contra electromotriz.

El flujo variable que circula por el núcleo magnético atraviesa las espiras del secundario, e inducirá en el mismo una fuerza electromotriz.

Las magnitudes **u** e **i**, del primario y secundario, se concatenan a través del flujo que atraviesa el circuito magnético. Esto determinará el sentido del secundario en función del primario.

Teniendo en cuenta que las magnitudes son senoidales, lo que implica un cambio de sentido alternativamente, éstas se considerarán en un momento determinado, siendo dicho momento aquel en el que la función tome el valor positivo.

Supongamos que en el instante cero el terminal **1** de la bobina primaria es el polo positivo. La tensión tendrá el sentido de **1** a **1'**, y la corriente en el primario también tendrá el mismo sentido. En estas condiciones, el sentido del flujo magnético positivo que se crea por la corriente que circula por el primario se determina de acuerdo con la regla de la mano derecha, o del sacacorchos.

Al cerrar el secundario a través de una impedancia se produce una corriente, que al circular por las espiras del secundario, creará un flujo que se opondrá al que crea la corriente que circula por el primario. A la corriente del secundario la denominaremos $\mathbf{i'}_2$.

Ahora bien, vamos a considerar que el flujo producido por la corriente que circula por el secundario tenga el mismo sentido que el producido por la corriente en el primario. En estas condiciones el sentido positivo de referencia para las magnitudes del secundario será aquel que permita crear un flujo en el mismo sentido que el primario. Por tanto, las corrientes en las dos bobinas se considerarán positivas en el mismo instante cuando los flujos que produzcan tengan idéntico sentido, este *sentido de referencia arbitrario* es el que consideraremos en el estudio del transformador monofásico.

Los terminales de la misma polaridad de primario y secundario se denominan *terminales correspondientes u homopolares*. Se señalan con un punto ●.

En la figura 34.1, se han marcado los sentidos positivos de todas las magnitudes. Como puede observarse, los terminales correspondientes dependen del sentido de arrollamiento de ambos devanados.

El transformador ideal, es aquél en el que se cumplen las siguientes condiciones:

1ª) Las bobinas carecen de resistencia eléctrica.
2ª) No existen pérdidas en el núcleo del transformador (pérdidas en el hierro).
3ª) La reluctancia del núcleo es nula ($\Re = 0$).
4ª) No existen flujos de dispersión en las bobinas ($\Phi_{S1} = \Phi_{S2} = 0$).

En estas condiciones, al conectar el primario a una fuente de tensión $\mathbf{u_1}$ se verifica:

$$u_1 = \sum_{j=1}^{n} R_j.i_j - \sum_{j=1}^{m} e_j = -e_1 \qquad (34.1)$$

Siendo $\mathbf{e_1}$, la fuerza contra electromotriz inducida en el primario.

Por tanto, se verifica:

$$e_1 = -n_1.\frac{d\Phi}{dt}$$

Teniendo en cuenta (34.1), resulta:

$$u_1 = n_1.\frac{d\Phi}{dt} \qquad (34.2)$$

Pero por tratarse de una tensión senoidal de valor eficaz $\mathbf{U_1}$, se verifica:

$$u_1 = \sqrt{2}.U_1.sen(\omega t)$$

Sustituyendo en esta ecuación (34.2) e integrando resulta:

$$\Phi = \int \frac{\sqrt{2}.U_1}{n_1}.sen(\omega t).dt = \frac{\sqrt{2}.U_1}{n_1.\omega}.sen(\omega t - \pi/2) \qquad (34.3)$$

Es decir, el flujo está definido por una función senoidal, de la misma frecuencia que la tensión aplicada al primario, y retrasado **π/2** con respecto a ella. Su valor máximo, de acuerdo con (34.3), es:

$$\Phi_m = \frac{\sqrt{2}.U_1}{n_1.\omega} = \frac{\sqrt{2}.U_1}{n_1.2.\pi.f} \qquad (34.4)$$

Despejando de (34.4) $\mathbf{U_1}$, resulta:

$$U_1 \simeq 4{,}44.f.n_1.\Phi_m = 4{,}44.n_1.f.s.B_m \qquad (34.5)$$

Siendo $\boldsymbol{s}$ la sección transversal del núcleo de hierro y $\boldsymbol{B_m}$ la inducción máxima.

La fuerza electromotriz inducida en el secundario es $\mathbf{e_2}$, y está definida por la expresión:

$$e_2 = -n_2.\frac{d\Phi}{dt} \qquad (34.6)$$

Si denominamos $\mathbf{u_2}$ la tensión que aparece en bornes de las espiras del secundario, teniendo en cuenta (34.1), resulta:

$$u_2 = e_2 \qquad (34.7)$$

En resumen, se denominan ecuaciones del primario y secundario a las definidas en (34.1) y (34.7), es decir:

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= -\,e_1 \\ u_2 &= e_2 \end{aligned}\right\} \qquad (34.8)$$

Pero:

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\sqrt{2}.U_1}{n_1}.sen(\omega t)$$

Por tanto:

$$u_2 = -n_2.\frac{d\Phi}{dt} = -n_2.\frac{\sqrt{2}.U_1}{n_1}.sen(\omega t) = n_2.\frac{\sqrt{2}.U_1}{n_1}.sen(\omega t - \pi)$$

O bien:

$$u_2 = -\frac{n_2}{n_1}.u_1 \qquad (34.9)$$

En valores eficaces:

$$\frac{U_1}{U_2} = -\frac{n_1}{n_2} = -m \qquad (34.10)$$

La relación entre los valores eficaces de las fuerzas electromotrices, es,

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{n_1}{n_2} = m \qquad (34.11)$$

A esta relación "**m**" se la denomina *relación de transformación* (cociente entre el número de espiras del primario, $\mathbf{n_1}$ y del secundario, $\mathbf{n_2}$). La relación de transformación es la relación que existe entre los valores eficaces de las fuerzas electromotrices inducidas en el primario y en el secundario (transformador monofásico ideal).

En el transformador ideal, las fuerzas electromotrices tienen el mismo valor eficaz que las tensiones según se ha indicado en (34.8).

La bobina primaria, al carecer de resistencia, se comporta como una autoinducción pura, en consecuencia la intensidad $\mathbf{i_1}$ estará retrasada $\boldsymbol{\pi/2}$ respecto de la tensión $\mathbf{u_1}$, por tanto en fase con el flujo **(Φ)**.

Aplicando la *Ley de Hopkinson* al circuito magnético, obtenemos:

$$f.m.m. = n_1.i_1 + n_2.i_2 = \Re.\Phi \qquad (34.12)$$

De acuerdo con los sentidos tomados en la Fig. 34.1 (las corrientes en primario y secundario tienen sentidos de forma que los flujos que producen se suman).

Pero por tratarse de un transformador ideal, la reluctancia es nula, por tanto (34.12) quedará de la forma:

$$0 = n_1.i_1 + n_2.i_2 \qquad (34.13)$$

En valores eficaces, la relación entre las intensidades en primario y secundario:

$$\frac{\vec{I}_1}{\vec{I}_2} = -\frac{n_2}{n_1} = -\frac{1}{m} \qquad (34.14)$$

En consecuencia, la intensidad en el secundario es opuesta a la del primario y de valor eficaz **m** veces mayor.

Lo que hemos expuesto hasta ahora, en relación con el transformador ideal, se puede resumir en el diagrama vectorial representado en la Fig.34.2.

Para realizar la construcción, hemos partido del vector $\mathbf{U_1}$, situándolo en el semieje positivo de ordenadas.

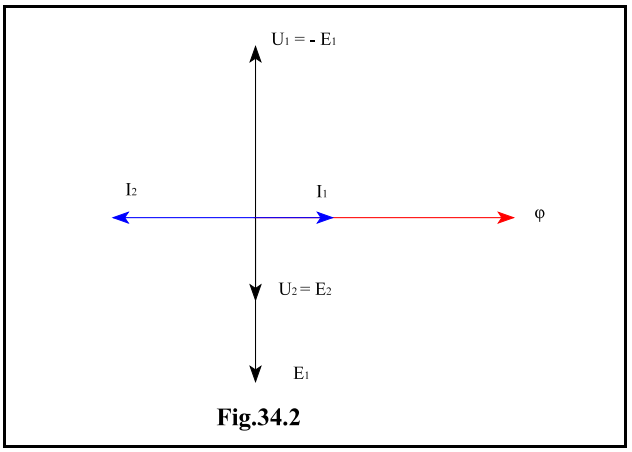


Fig.34.2

34.2. TRANSFORMADOR MONOFÁSICO SIN PÉRDIDAS EN EL HIERRO. ECUACIONES DEL PRIMARIO Y SECUNDARIO.

Consideremos ahora que las dos bobinas del transformador tienen resistencia eléctrica. Podemos imaginar que el circuito equivalente, en este caso, es el que se corresponde con la Fig.34.3, en la cual las resistencias equivalentes $\mathbf{R_1}$ y $\mathbf{R_2}$, de las de las bobinas **1** y **2**, se conectan en serie con el transformador ideal de la Fig.34.1.(en el que se suponía que las bobinas carecían de resistencia)

En las resistencias de la Fig.34.3, existe una caída de tensión, por lo que, aplicando la ecuación (34.1) a primario y secundario, se verifica:

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= R_1.i_1 + u'_1 \\ u_2 &= u'_2 - R_2.i_2 \end{aligned}\right\} \qquad (34.15)$$

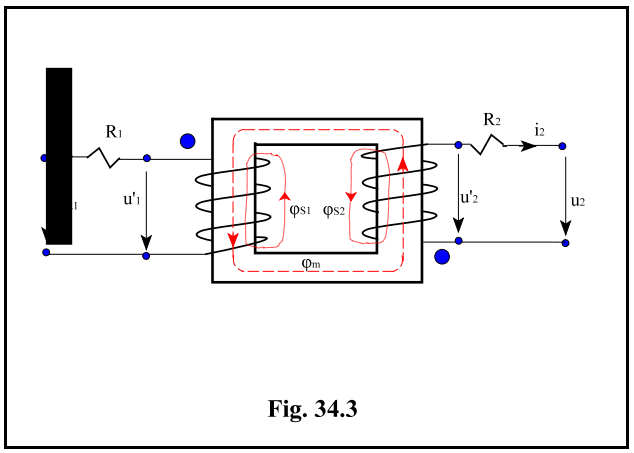


Fig. 34.3

En el transformador sin pérdidas en el hierro, parte del flujo que genera la bobina **1** no atraviesa la bobina **2**, en consecuencia existe un flujo que se cierra en el aire (Φ_{S1}). Lo mismo se puede decir del flujo de la bobina **2** con respecto a la **1** (Φ_{S2}).

Llamando Φ_c al flujo común, o flujo concatenado, entre ambas bobinas, se tiene:

$$\left.\begin{aligned}\Phi_1 &= \Phi_c + \Phi_{S1}\\ \Phi_2 &= \Phi_c + \Phi_{S2}\end{aligned}\right\} \qquad (34.16)$$

Siendo Φ_{S1} y Φ_{S2} los flujos de dispersión en el aire en las bobinas **1** y **2**, respectivamente.

Las tensiones en las bobinas sin resistencia son:

$$\begin{aligned}u'_1 &= -e'_1 = n_1.\frac{d\Phi_1}{dt} = n_1.\frac{d\Phi_c}{dt} + n_1.\frac{d\Phi_{S1}}{dt}\\ u'_2 &= e'_2 = -n_2.\frac{d\Phi_2}{dt} = -n_2.\frac{d\Phi_c}{dt} - n_2.\frac{d\Phi_{S2}}{dt}\end{aligned} \qquad (34.17)$$

Las fuerzas electromotrices producidas por las variaciones de los flujos Φ_{S1} y Φ_{S2} se pueden sustituir por las que se inducen en autoinducciones S_1 y S_2, si éstas fuesen recorridas por corrientes variables i_1 e i_2, respectivamente. En consecuencia:

$$\begin{aligned}u'_1 &= n_1.\frac{d\Phi_c}{dt} + S_1.\frac{di_1}{dt} = -e_1 + S_1.\frac{di_1}{dt}\\ u'_2 &= -n_2.\frac{d\Phi_c}{dt} - S_2.\frac{di_2}{dt} = e_2 - S_2.\frac{di_2}{dt}\end{aligned} \qquad (34.18)$$

Sustituyendo (34.18) en (34.15) se obtienen las ecuaciones siguientes:

$$\begin{aligned}u_1 &= -e_1 + S_1.\frac{di_1}{dt} + R_1.i_1\\ u_2 &= e_2 - S_2.\frac{di_2}{dt} - R_2.i_2\end{aligned} \qquad (34.19)$$

Las ecuaciones (34.19) se pueden expresar en forma compleja[1]:

$$\vec{U}_1 = -\vec{E}_1 + R_1.\vec{I}_1 + j\omega.S_1.\vec{I}_1 = -\vec{E}_1 + R_1.\vec{I}_1 + j.X_1.\vec{I}_1$$

$$\vec{U}_2 = \vec{E}_2 - R_2.\vec{I}_2 - j\omega.S_2.\vec{I}_2 = \vec{E}_2 - R_2.\vec{I}_2 - j.X_2.\vec{I}_2 \qquad (34.20)$$

De esta forma, los flujos de dispersión se han sustituido por dos reactancias $\mathbf{X_1}$ y $\mathbf{X_2}$, con lo que el circuito equivalente del transformador sin pérdidas en el hierro, se puede representar según la Fig.34.4.

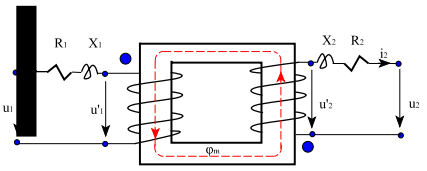


Fig. 34.4

34.3. BOBINA CON NÚCLEO DE HIERRO.

El flujo que atraviesa el núcleo de hierro, produce fenómenos de *histéresis* y *corrientes de Foucault*. Como consecuencia da lugar a *pérdidas en el hierro*.

La potencia que absorbe el núcleo en vacío es:

$$P_v = U'_1.I_v.\cos\varphi_v \qquad (34.21)$$

Siendo:

U'_1 = Valor eficaz de la tensión en bornes de la bobina sin resistencia ni reactancia (bobina del transformador ideal).

I_v = Valor eficaz de la intensidad que absorbe la bobina del primario, cuando no circula corriente por la bobina del secundario.

φ_v = Ángulo que forma $\mathbf{U'_1}$ e $\mathbf{I_v}$, $\alpha=\pi/2-\varphi_v$ es el ángulo *histérico o histerético).*

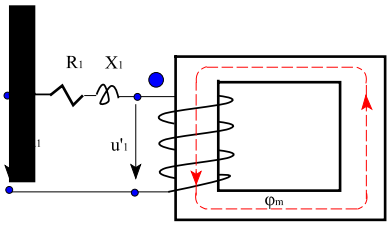


Fig. 34.5

[1] Los valores de las reactancias equivalentes a los flujos de dispersión son: $S_1.\omega = X_1$ y $S_2.\omega = X_2$

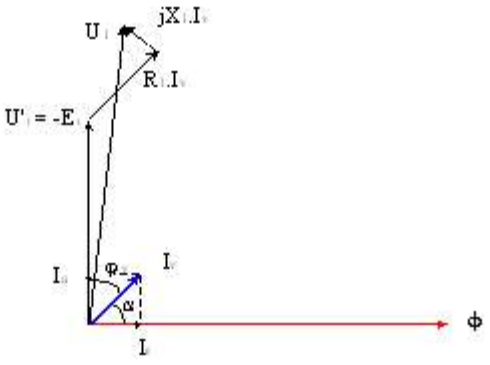


Fig.34.6

El circuito equivalente de la bobina con núcleo de hierro es el de la Fig.34.5. El diagrama vectorial correspondiente se representa en la Fig.34.6.

Si la primera ecuación (34.20) se particulariza para $\mathbf{I_1 = I_v}$, resulta:

$$\vec{U}_1 = -\vec{E}_1 + R_1.\vec{I}_v + j.X_1.\vec{I}_v$$

Como se ve en la Fig.34.6, el diagrama se corresponde con la bobina primaria del transformador, cuando la secundaria está abierta y en consecuencia la intensidad que circula por ella es nula.

La corriente en el primario recibe el nombre de *corriente de vacío*, $\mathbf{I_v}$. Esta corriente se puede descomponer en dos; $\mathbf{I_a}$, en fase con la tensión (componente activa) y es la que da lugar a las pérdidas en el núcleo de hierro, e $\mathbf{I_r}$, en fase con el flujo (componente reactiva o magnetizante) y es la que produce la magnetización del núcleo.

Entre estas corrientes se verifica:

$$\bar{I}_v = \bar{I}_a + \bar{I}_r \qquad (34.22)$$

El circuito equivalente de la bobina con núcleo de hierro es el que se representa en la Fig.34.7.

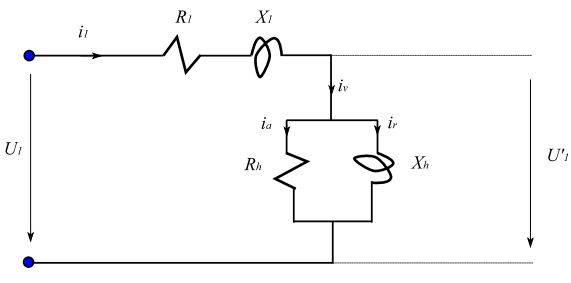


Fig.34.7

Siendo:

$$R_h = \frac{U'_1}{I_a} \qquad (34.23)$$

$$X_h = \frac{U'_1}{I_r}$$

la resistencia y la reactancia equivalentes del núcleo de hierro, respectivamente.

34.4. TRANSFORMADOR MONOFÁSICO REAL. DIAGRAMA VECTORIAL COMPLETO.

En el transformador monofásico real se verifican las siguientes condiciones:

1ª.- Las bobinas; primaria y secundaria presentan resistencia al paso de la corriente.
2ª.- Hay dispersión del flujo en ambas bobinas.
3ª.- La reluctancia del circuito magnético no es nula.
4ª.- Hay pérdidas en el núcleo de hierro por histéresis y *corrientes de Foucault*.

Las consecuencias de las condiciones 1ª y 2ª, se han analizado en el apartado 34.2, pero por la condición 3ª, se cumple:

$$n_1.i_1 + n_2.i_2 = \Re.\Phi \qquad (34.24)$$

La fuerza magnetomotriz ($\Re.\Phi$) es constante en todos los regímenes de funcionamiento.

Si el transformador tiene el secundario abierto, es decir trabaja en vacío, se verifica que la intensidad en el secundario es nula ($\mathbf{i_2 = 0}$), por lo que la intensidad que toma el transformador en éste régimen es la de vacío, es decir: $\mathbf{i_1 = i_v}$.

$$n_1.i_v = \Re.\Phi \qquad (34.25)$$

Sustituyendo (34.25) en (34.24), resulta:

$$n_1.i_1 + n_2.i_2 = n_1.i_v \qquad (34.26)$$

La ecuación (34.26) se puede expresar en forma compleja:

$$n_1.\vec{I}_1 + n_2.\vec{I}_2 = n_1.\vec{I}_v \qquad (34.27)$$

En consecuencia, las ecuaciones que definen el transformador real, en forma compleja, son:

$$\left.\begin{aligned} &\vec{U}_1 = -\vec{E}_1 + R_1.\vec{I}_1 + j.X_1.\vec{I}_1 \\ &\vec{U}_2 = \vec{E}_2 - R_2.\vec{I}_2 - j.X_2.\vec{I}_2 \\ &\vec{E}_1 = m.\vec{E}_2 \\ &n_1.\vec{I}_1 + n_2.\vec{I}_2 = n_1.\vec{I}_v \end{aligned}\right\} \qquad (34.28)$$

A partir de las ecuaciones (34.28), se obtiene el diagrama vectorial representado en la Fig.34.8.

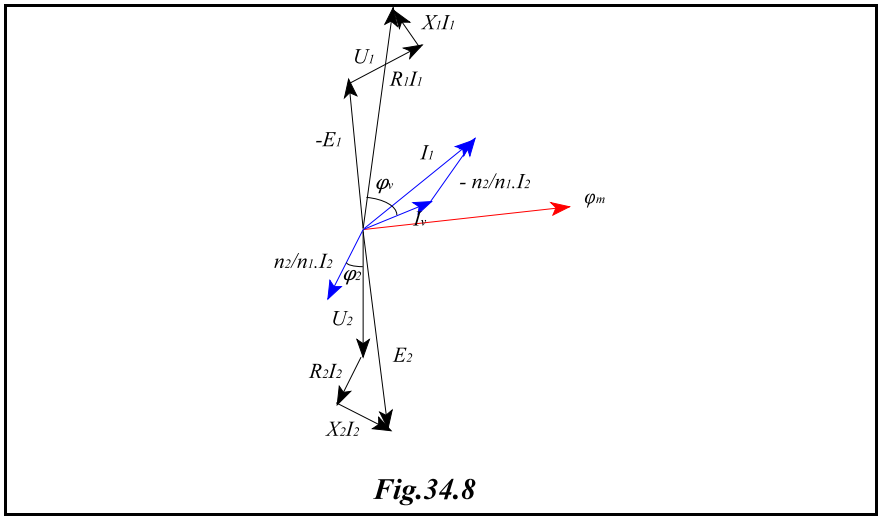


Fig.34.8

La construcción se ha realizado a partir de $\mathbf{U}_2$, situada en el semieje negativo de ordenadas. En este supuesto, $\mathbf{I}_2$ irá desfasada un ángulo φ_2 (correspondiente al factor de potencia del receptor que alimenta el secundario) con respecto a $\mathbf{U}_2$. (En la figura se ha considerado que el receptor es parcialmente inductivo).

34.5. CIRCUITO ELÉCTRICO EQUIVALENTE.

Las magnitudes del primario y del secundario están en escalas distintas debido a la relación de transformación. También están en distinto semiplano, debido al sentido arbitrario definido para la corriente en el secundario.

Con objeto de establecer una escala única en la que se puedan representar las magnitudes del primario y del secundario, así como situar los vectores en el mismo semiplano, se definen las siguientes magnitudes complejas:

$$\left.\begin{aligned} \bar{U}'_2 &= -\, m.\bar{U}_2 \\ \bar{I}'_2 &= -\,\frac{\bar{I}_2}{m} \end{aligned}\right\} \qquad (34.29)$$

Es decir se expresan las magnitudes del secundario en la *escala* del primario y en su mismo semiplano.

Si en la segunda ecuación de (34.28) se multiplica por **m** y se cambia de signo, resulta:

$$-m.\bar{U}_2 = -\, m.\bar{E}_2 + m.R_2.\bar{I}_2 + j.m.X_2.\bar{I}_2 \qquad (34.30)$$

Sustituyendo (34.29) en (34.30), y teniendo en cuenta (34.28), resulta:

$$\bar{U}'_2 = -\,\bar{E}_1 - m^2.R_2.\bar{I}'_2 - j.m^2.X_2.\bar{I}'_2$$

$$\bar{U}'_2 = -\,\bar{E}_1 - R'_2.\bar{I}'_2 - j.X'_2.\bar{I}'_2 \qquad (34.31)$$

En consecuencia, la resistencia y reactancia del secundario, se pueden expresar en la *escala* del primario mediante las siguientes ecuaciones:

$$\left.\begin{aligned} R'_2 &= m^2.R_2 \\ X'_2 &= m^2.X_2 \end{aligned}\right\} \qquad (34.32)$$

Despejando - $\bar{E}_1$ de (34.31) y sustituyendo en la primera ecuación de (34.28), resulta:

$$\bar{U}_1 = \bar{U}'_2 + R_1.\bar{I}_1 + j.X_1.\bar{I}_1 + R'_2.\bar{I}'_2 + j.X'_2.\bar{I}'_2 \qquad (34.35)$$

La última ecuación de (34.28), teniendo en cuenta (34.29), se puede expresar:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_v + \bar{I}'_2 \qquad (34.36)$$

Las ecuaciones (34.35) y (34.36) se corresponden con el circuito de la Fig.34.9.

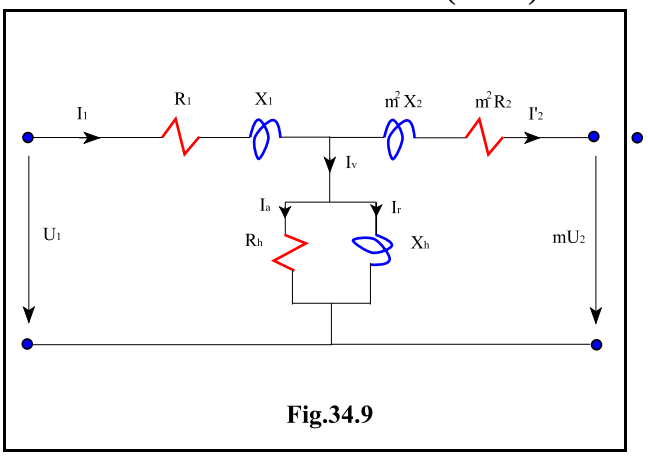


Fig.34.9

En consecuencia, el circuito equivalente a un transformador real referido al primario, es el que se corresponde con la Fig.34.9.

El diagrama vectorial correspondiente se representa en la Fig.34.10, tomando $\mathbf{I'}_2$ como origen de fases [2].

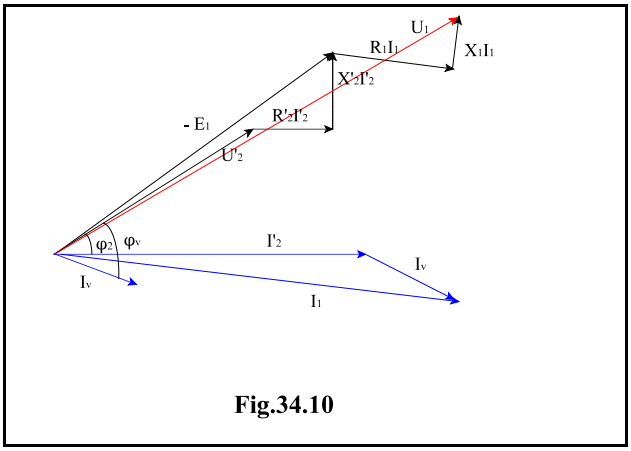


Fig.34.10

Análogamente, se pueden referir las magnitudes del primario al secundario, para ello se realizan las transformaciones siguientes:

$$\left.\begin{aligned} \bar{U}'_1 &= -\frac{\bar{U}_1}{m} \\ \bar{I}'_1 &= -\bar{I}_1.m \end{aligned}\right\} \qquad (34.37)$$

Es decir, se expresan las magnitudes del primario en la *escala* del secundario y en su mismo semiplano.

[2] Es de señalar que al haber aplicado un giro de 180º a los vectores del secundario, han cambiado los sentidos de las flechas de valoración correspondientes, como fácilmente se comprueba comparando los representados en las Fig. 34.8 y 34.10

Si en la primera ecuación de (34.28) se divide por **m** y se cambia de signo, resulta:

$$-\frac{\bar{U}_1}{m} = \frac{\bar{E}_1}{m} - \frac{R_1}{m}.\bar{I}_1 - j.\frac{X_2}{m}.\bar{I}_1 \qquad (34.38)$$

Sustituyendo la segunda ecuación de (34.37) en (34.38), y teniendo en cuenta (34.28):

$$\bar{U}'_1 = \bar{E}_2 + \frac{R_1}{m^2}.\bar{I}'_1 + j.\frac{X_1}{m^2}.\bar{I}'_1$$

$$\bar{U}'_1 = \bar{E}_2 + R'_1.\bar{I}'_1 + jX'_1.\bar{I}'_1 \qquad (34.39)$$

En consecuencia, para poner en la *escala* del secundario la resistencia y reactancia del primario, es preciso realizar las siguientes operaciones:

$$\left.\begin{aligned} R'_1 &= \frac{R_1}{m^2} \\ X'_1 &= \frac{X_1}{m^2} \end{aligned}\right\} \qquad (34.40)$$

Despejando $\bar{\mathbf{E}}_2$ de (34.28) y sustituyendo en (34.39), resulta:

$$\bar{U}'_1 = \bar{U}_2 + R_2.\bar{I}_2 + jX_2.\bar{I}_2 + R'_1.\bar{I}'_1 + jX'_1.\bar{I}'_1 \qquad (34.41)$$

y también:[3]

$$\bar{I}'_1 = \bar{I}'_v + \bar{I}_2 \qquad (34.42)$$

Las ecuaciones (34.41) y (34.42) se corresponden con el circuito de la Fig.34.11. Este es el circuito equivalente de un transformador real referido al secundario, y puede ser sustituido por él.

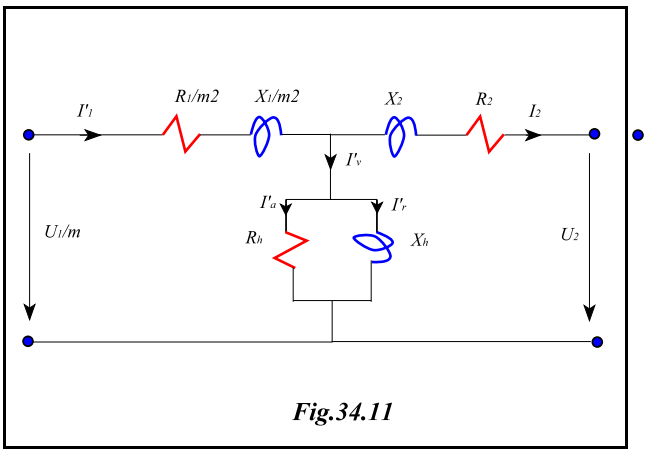


Fig.34.11

El diagrama vectorial correspondiente se representa en la Fig.34.12, en este caso se ha tomado $\mathbf{I}_1$ como origen se fases.

[3] En este caso se considera que $m.\bar{I}_v = \bar{I}'_v$

Igual que sucedía en el caso anterior, al haber girado **180º** los vectores del primario han cambiado los sentidos de las flechas de valoración, como se comprueba comparando las Figs. 34.8 y 34.12.

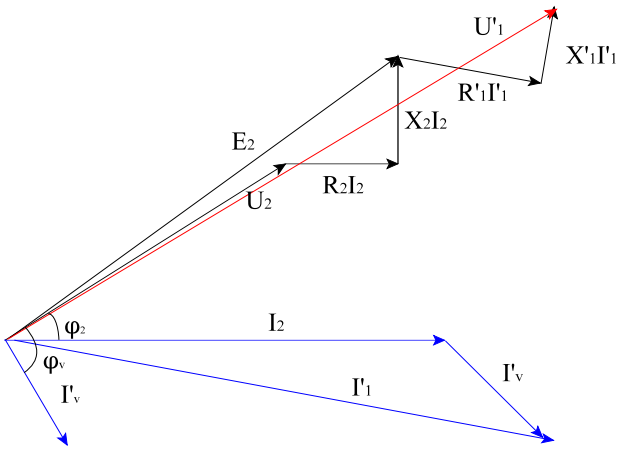


Fig.34.12